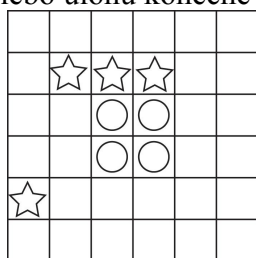


Zadania pre ôsmy ročník

1. Zrýchlenému vlaku trvá cesta z Popradu do najbližšieho mesta 40 minút. Obyčajnému osobnému vlaku presne 1 hodinu. Dnes odchádzal rýchlik zo stanice o 12 minút neskôr ako osobný vlak. Po koľkých minútach od odchodu rýchliku dobehol rýchlik osobný vlak, ak chodia oba vláčiky vždy celú cestu rovnakou rýchlosťou?
2. Nedávno zabudol rušňovodič zastaviť v stanici, lebo sa trápil nad jednou úlohou. Snažil sa rozdeliť tabuľku na 4 časti rovnaké tvarom i veľkosťou tak, aby v každej časti bola jedna hviezdička a jeden krúžok. V nasledujúcej stanici zastaviť stihol, lebo úlohu konečne vyriešil. Ako to spravil?



3. Na stanici videl výpravca zvláštnu skupinku piatich chlapcov. Každý z nich mal na čele nalepený biely alebo čierny krúžok. Každý videl krúžky všetkých ostatných, no nepoznal farbu vlastného krúžku. Štyria z chlapcov povedali toto:
Adam: Vidím 3 biele a 1 čierny krúžok.
Braňo: Vidím 4 čierne krúžky.
Cecil: Vidím 1 biely a 3 čierne krúžky.
Dominik: Vidím 4 biele krúžky.
Elemír nepovedal nič. Určte, kto z chlapcov má na čele aký krúžok, ak viete, že chlapci s bielym krúžkom hovorili pravdu a s čiernym klamali.
4. Zloděj uteká cez nástupište Hlavnej stanice. Svoj lup uložil do dvoch kufríkov - červeného s rozmermi 12 cm, 25 cm a 40 cm a do modrého s objemom 1000 cm³. S dvomi kufríkmi bol však príliš nápadný, tak sa rozhodol schovať jeden z nich do toho druhého. Čo všetko mu môžete poradiť, ak určite nechcete klamať?
 - a) Modrý kufrík sa určite vmestí do červeného.
 - b) Modrý kufrík sa určite nezmesť do červeného.
 - c) Buď sa zmestí modrý do červeného alebo červený do modrého kufríka.
 - d) Červený sa určite zmestí do modrého kufríka.
 - e) Červený sa určite nezmesť do modrého kufríka.
5. Štyria silní chlapi, majstri vo vzpieraní Hadrián, Konštantín, Cyril a Metod si raz chceli porovnať svoju silu a tak si vymysleli súťaž v ťahaní lokomotívy. V dvojiciach ťahali lokomotívu a snažili sa ju za určitý čas potiahnuť čo najďalej. Metod s Cyrilom ľahko vyhrali nad Konštantínom s Hadriánom. Zato Metod s Konštantínom zvíťazili len veľmi tesne nad Hadriánom s Cyrilom. A pri súboji Metoda s Hadriánom proti Konštantínovi s Cyrilom nedokázala vyhrať ani jedna dvojica. Určte poradie majstrov podľa ich sily.
6. Deda Jozefa, ktorý pracoval ako výkonný poradca nadnárodnej spoločnosti pre transport gumených medvedíkov, prepustili z práce, neprešiel totiž povinnými testami. Zhorel na tejto úlohe:
Zapíš číslo 100 pomocou:
 - piatich jednotiek

- šiestich jednotiek
 - štyroch deviatok
- Môžeš použiť zátvorky a znaky početových operácií.
Dokázali by ste ju vyriešiť a zotrvať v zamestnaní?
7. Anton, ktorý pri okienku deň čo deň predáva lístky, má veľmi rád obložené bagety. Každý deň si po robote kúpi buď šunkovú alebo syrovú (iba jednu z nich). Keď sa to dozvedela jeho žena, prísne mu zakázala kupovať si dva dni po sebe šunkovú, lebo v knižke o zdravej výžive čítala, že šunková bageta môže spôsobiť poruchy sústredenosti. Koľkými spôsobmi si môže kúpiť bagety počas siedmich dní, ak poslúchne svoju ženu?
 8. Na štvrtej koľaji dnes nechodia vlaky. Mechanici sa rozhodli štrajkovať, chcú vyššie platy. Na pochod po koľaji sa musia zoradiť do radov s rovnakým počtom mužov v každom rade. Najprv sa zoradili do dvojíc, ale jeden ostal. Keď to skúsili s trojicami, ostali dvaja mechanici, pri štvoricach traja, pri päťiciach štyria, pri šesticach piati, až sa im napokon podarilo zoradiť do radov po siedmich. Koľko najmenej mechanikov sa rozhodlo štrajkovať?
 9. Počet cestujúcich, ktorí tento rok cestovali rýchlikom „Matbojár“ je osemciferné číslo v tvare "ppppqqqq", kde p a q sú číslice. Aká môže byť číslica p, ak počet cestujúcich týmto vlakom je deliteľný 45?
 10. Malá Bojka, ako revízori volali svoju kolegyňu, mala v sobotu oslavu narodenín. Štyri kamarátky sa dohodli, že jej všetky prinesú na narodeniny šperky. Zuzka jej priniesla dve retiazky a prsteň. Jožka kúpila dve brošne a prsteň, Janka jej darovala dva prstene a retiazku. Za darčeky najviac utratila Janka, najmenej Zuzka. Miška kúpila retiazku, brošnu a prsteň. Porovnajme Miškinu útratu za darčeky s útratou ostatných troch, keď viete, že nakupovali v rovnakom obchode, takže rovnaké šperky stáli rovnako veľa.
 11. Riaditeľ Kancelárie pre podporu výskumu a vývoja zahraničnej vlakovej spoločnosti Trailns Europa písal počas pracovnej doby list svojej sestre, v ktorom si od nej pýtal veľkú čiastku peňazí. Potrebuje zaplatiť splátku za byt, ale momentálne nemá peniaze. Celé dni len sedí, hlava v smútku a rozmýšľa, čo ďalej. Nechajme ho teda rozmýšľať a kým na to príde, poďme si vypočítať nejaký pekný príklad, napríklad tento: Nájdite najmenšie prirodzené číslo s nasledujúcimi vlastnosťami: Prvá číslica daného čísla je 6. Keď túto šestku presunieme zo začiatku na koniec čísla, dostaneme prirodzené číslo, ktoré je presne štvrtinou pôvodného čísla.
 12. Na malej stanici v Čudove vypadol prúd a nevedeli zistiť presný čas. Vedeli len to, že za 9 minút musia spustiť rampy. Majú k dispozícii dvoje presýpacie hodiny, jedny sa presypú za 4 minúty a druhé za 7 minút. Ako odmerajú presne 9 minút?
 13. Dnes mám 4-krát viac rokov ako mal môj hračkársky vláčik v čase, keď bol o polovicu mladší ako ja. Koľko rokov mám ja a koľko vláčik, ak o 15 rokov budeme mať spolu 100 rokov?
 14. Z nesmierne dôležitej knihy pri pokladni, do ktorej sa zaznamenáva predaj každého jedného lístka, vypadol jeden súvislý zväzok strán. Prvá strana zväzku mala číslo 387 a číslo poslednej má tie isté cifry, ale v inom poradí. Koľko strán vypadlo z knihy?
 15. Výhybkár Yzzok spôsobil, že vlak do Žiliny skončil vo Viedni. Najprv zaspal do roboty, a potom namiesto toho, aby išiel prehodiť výhybku, zaoberal sa nasledovným príkladom s kružnicou: Na kružnici je vedľa sebe napísané dokola 24 čísel tak, že každých desať

vedľa seba má súčet 60. Piate číslo je päť. Ktoré číslo je ôsme? Aký je súčet všetkých čísel napísaných na kružnici?

16. Ako ďaleko sú od seba vzdialené Banská Bystrica a Bratislava, ak o 10^{00} vyšli oproti sebe z týchto miest osobný vlak idúci priemernou rýchlosťou 40 km/h a rýchlik idúci priemerne rýchlosťou 70 km/h a obišli sa o 12^{30} ?
17. Aj keď Sergej, svetoznámy kontrolór funkčnosti núdzových brzd na sedemvagonových súpravách, nasledujúcim slovám celkom nerozumel, hravo zvládol nahradiť písmená číslami tak aby bol súčet správny. Vedel len, že rovnaké písmená musí nahradiť rovnakými číslami, rôzne rôznymi. Ako to dokázal?

SINUS

SINUS

KOSINUS

TANGENS

18. Podlaha na stanici v Obdĺžnikove má tvar obdĺžniku ABCD, kde $|AB|=12$ cm. Na podlahe sú rôzne ornamenty. Obsah štvoruholníka BSXC je jedna tretina obsahu obdĺžnika. Bod S je stred obdĺžnika ABCD a bod X leží na strane CD. Určte vzdialenosť bodu X od vrcholu C.
19. Traja kamaráti cestovali spolu do stanice Trnava. Keď prišli domov, mama sa ich pýtala koľko ich stáli lístky. Oni jej to odmietali povedať až kým nezistí odpoveď na ich úlohu: Aritmetický priemer čísel a, b (teda $(a+b)/2$) je 20, aritmetický priemer čísla b a 20 je $c/2$. Koľko je aritmetický priemer čísel a a c ? Zistite to aj vy.
20. Dva vlaky, z ktorých každý má jednu lokomotívu a 40 vozňov, sa stretli proti sebe na jednej koľaji. Koľaj má jednu slepú odbočku, na ktorú je prístup iba z jedného smeru. Zistí, ako sa vyhnú tieto dva vlaky, aby mohli pokračovať v ceste ďalej, keď do slepej odbočky sa zmestí len jedna lokomotíva a 20 vozňov, pričom lokomotíva môže ísť oboma smermi dopredu i dozadu.
21. Každý vagon je označený párnym prirodzeným číslom. Koľko prirodzených čísel menších ako 1000 možno vyjadriť ako súčin dvoch čísel vagonov?
22. Peter mal na domácu úlohu určiť druhú mocninu celého čísla. Pretože vo vlaku sa mu zle sústredilo, pomýlil sa a číslo zdvojnásobil. Takto dostal dvojciferné číslo, zapísané rovnakými ciframi, ale v opačnom poradí, ako mal mať správny výsledok. Aký mal byť správny výsledok?
23. Vlak do Kocúrka ide až o 3 hodiny tak si jedna pani krátila čas rozmýšľaním nad nasledovnou úlohou: Koľko existuje takých 5-ciferných čísel, pre ktoré platí:
 - Číslica 4 je tam 3 krát
 - Zvyšné číslice sú rôzne od 4 a ich súčet je prvočíslo. Zistite to aj vy.
24. Dávid sa raz stavil s kamarátmi že vydrží bežať pri vlaku dlhšie ako 5 minút, a tak začal trénovať. Prvý deň tréningu bežal určitú trasu rýchlosťou 10 km/h, naspäť potom rovnakú trasu rýchlosťou 6 km/h. Aká bola jeho priemerná rýchlosť?
25. Pani pri okienku na kupovanie lístkov si povedala, že jej práca je príliš monotónna, tak každému zákazníkovi dala zrátať aj jeden príklad, a až potom mu predala lístok. Pán Fero sa práve trápil s takouto rovnicou: $(x^x)^3=3$. Nájdite aspoň jedno riešenie tejto rovnice.
26. Pri okienku na kupovanie lístkov sa práve odohrávala hádka. Jeden pán sa snažil presvedčiť pokladníčku že jeho lístok má stáť menej. Bolo na ňom totiž čosi podozrivé.

- Jeho prvá číslica udáva počet núl v tomto čísle, druhá počet jednotiek, tretia počet dvojok,... desiatka počet deviatok v tomto čísle. Nájdite toto podozrivé číslo.
27. Z dlhej chvíle čakania na stanici sa raz Peťko s Andrejom hrali takúto hru. Snažili sa uložiť 12 korunových mincí do štvorca tak, aby v Každom riadku boli 4 mince. Peťkovi sa to po chvílke podarilo, ale ani za nič to nechcel vysvetliť Andrejovi. Ako to spravil?
 28. Pán Vypočítavý si raz kupoval lístok z Paríža do Hornej Dolnej a všimol si zaujímavú vec. Súčin ceny jeho lístka a jej ciferného súčtu je 19240. Koľko platil pán Vypočítavý?
 29. Stanica v Bratislave má štvorcový pôdorys. Stanica v Trenčíne má takisto štvorcový pôdorys ale o 25cm^2 menší. Nájdite rozmery staníc. Dĺžky strán sú prirodzené čísla
 30. Železničný výpravca sa raz sťažoval svojmu kamarátovi so svojim problémom: Jeden traktor zorie za deň 15 hektárov. Niekoľko traktorov zorie 300 hektárove pole za celý počet dní. Koľko traktorov treba, aby zorali pole o 6 dní skôr?