Vieme, že priemer je celé číslo, takže súčet ôsmich rôznych cifier musí byť deliteľný ôsmimi. A to je len v prípade, že cifry Marekových známok sú 1,2,3,4,6,7,8,9. Jeho priemer je teda $\frac{11}{8} \times (1+2+3+4+6+7+8+9) = 55$, čo spĺňa všetky podmienky zo zadania.

Zadania pre piatakov

$\boxed{1.}$ Vypočítajte, čomu sa rovnajú písmenká a, b a c, ak viete, že:

$$4 \cdot a + 3 \cdot b + 5 \cdot c = 36$$

a ešte viete:

$$a = b = c$$

$\boxed{2.}$ Elf Izidor má doma veľký neporiadok. Všade má porozhadzované ponožky. Raz mu od toho neporiadku prestalo svietiť aj svetlo. Izidor chce nájsť dve rovnaké ponožky v tejto tme. Pamätá si, že tam porozhadzoval 3 páry modrých ponožiek, 2 páry čiernych a dva páry sivých ponožiek. Izidor si chce oliecť dve rovnaké ponožky. Koľko ponožiek musí v tme nájsť, aby mal istotu, že keď vyjde na svetlo, tak má v ruke dve ponožky rovnakej farby? (Izidor nerozlišuje medzi pravou a ľavou ponožkou. Teda v pare sú dve úplne rovnaké ponožky.)

$\boxed{3.}$ Elf Mayak má 28 dukátov. Polovicu dal elfke Janke, polovicu z toho, čo mu ostalo dal elfovi Adamovi a zvyšok dal Amálke. Koľko dukátov dal Amálke?

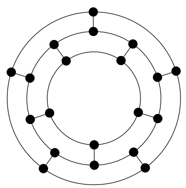
$\boxed{4.}$ Elfka Adriana má tri prekrásne meče. Jeden má dĺžku 100cm, druhý má dĺžku 120cm a tretí má dĺžku 150cm. Raz si Adriana chcela kúpiť ďalší meč, bol krásny. Mal mať 130cm. Lenže ona potulným obchodníkom neverí a chcela si to sama overiť, no nemala žiadne meradlo. Ako pomocou svojich troch mečov odmeria 130cm?

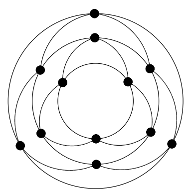
$\boxed{5.}$ V elfskej reči majú veľa zaujímavých slov. Napríklad anafrarig. Čísla 56, 105, 28, 63, 49 sú anafrarig. Čísla 100, 18, 65, 9, 76 nie sú anafrarig. Iba dve z čísel 14, 16, 57, 24, 70 sú anafrarig. Čo je to anafrarig?

6. Máme dva rovnaké obdĺžniky, ktoré kladieme na seba. Koľkouholníky môžu byť ich spoločným prienikom? Ku každej možnosti nakresli aj obrázok.

7. Elfka Janka dostala na matematike prémiovú úlohu. Mala si do zošita narysovať priamku a potom k nej dorysovať nejaký štvoruholník tak, aby ho priamka rozdelila na tri trojuholníky. Nakresli, ako mohla elfka úlohu vyriešiť.

8. Vašou úlohou je prejsť jedným ťahom cez všetky body práve raz a vrátiť sa do toho istého bodu, z ktorého ste vychádzali.

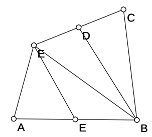




9. Elf Jano dostal na narodeniny tortu. Hneď chytil do ruky nôž a rozrezal ju na osem kúskov. Stačili mu na to 3 rezy. Ako to spravil?

10. Môj elfský kamarát si chce kúpiť zvieratká, lebo doma ešte žiadne nemá. Chce si kúpiť kravy, ovce a psy. Koľko si kamarát kúpi zvierat,

dve obsahovo rovnaké časti, platí, že $S_{AED} = S_EBD = S_1$ a $S_{BFC} = S_{BFD} = S_2$. Z obrázka je taksito zjavné, že $S_{ABCD} = 2(S_1 + S_2)$ a $S_{EBFD} = S_1 + S_2$, čo sme chceli dokázať.



29. Keď 6 veľkých trubiek vypustí nádrž za 12 hodín, 1 veľká trubka vypustí nádrž za 72 hodín a za x hodín vypustí $\frac{x}{72}$ nádrže. Povedzme si, že jedna malá trubka vypustí bazén za T hodín, čiže za x hodín vypustí $\frac{x}{T}$ nádrže. Napíšme si rovnicu o spoločnej práci pre 2. prípad, keď 3 veľké a 9 malých trubiek vypustia nádrž za 8 hodín (t.j. $x = 8$):

$$\begin{aligned} 1 &= 3 \cdot \frac{8}{72} + 9 \cdot \frac{8}{T} \\ 24T &= 8T + 9 \cdot 8 \cdot 24 \\ T &= 108 \end{aligned}$$

Týmto sme vypočítali, že jedna malá trubka vypustí nádrž za 108 hodín. A to znamená, že 4 malé trubky vypustia nádrž za 27 hodín.

30. Priemer Marekových bodov je rovnaký ako priemer obrátených bodov. Preto aj priemer všetkých dokopy (pôvodných aj obrátených) bude rovnaký. Ak boli Marekove body AB, CD, EF a GH, a obrátené BA, DC, FE a HG, tento priemer bude

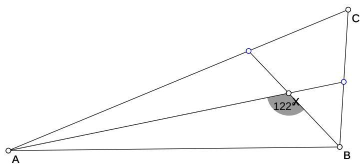
$$\frac{10A + B + A + 10B + 10C + D + C + 10D + 10E + F + E + 10F + 10G + H}{8}$$

(„odborne“sa takémuto postupu hovrí princíp zapojenia a vypojenia). Plocha je teda $\pi \cdot (15cm)^2 - 2 \cdot \frac{\pi \cdot (10cm)^2}{2} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (5cm)^2}{2} = \pi \cdot (225–100+25) = 150\pi \doteq 471,2cm^2$.

$\boxed{25.}$ Nech mal sedliak pôvodne x dukátov. Podľa zadania sa s nimi udial nasledovný proces: zdvojnásobili sa, zmenšili o 8, zdvojnásobili sa, zmenšili o 8, zdvojnásobili sa, zmenšili o 8 a nezostal žiaden. Teda vieme, že $((x \cdot 2 - 8) \cdot 2–8) \cdot 2–8 = 0$, z čoho úpravami dostaneme riešenie, $x = 7$.

$\boxed{26.}$ Spolu máme, podľa zadania, $9 + 9 \cdot \frac{3}{4} + 9 \cdot \frac{1}{2} + 9 \cdot \frac{1}{4} = 22,5$ sudu vína. Každý dedič má dostať rovnako veľa vína, čiže $\frac{22.5}{5} = 4.5$ plného sudu vína. Rozdeliť ich medzi jednotlivých dedičov sa už dá mnohými spôsobmi, napríklad: 3,1,1,1,3; 3,2,0,0,4; 2,2,1,2,2; 1,4,0,2,2; 0,0,7,4,0 (čísla označujú postupne počet plných, …, poloplných, … prázdnych sudov).

$\boxed{27.}$ Z trojuholníka ABX vidíme, že súčet veľkostí uhlov XAB a ABX je $180° - 122° = 58°$. Zároveň ale vieme, že súčet uhlov CAB a ABC je dvojnásobok súčtu uhlov XAB a ABX, čiže $116°$. A z toho už jednoducho dopočítame posledný uhol v trojuholníku, ACB, ako $180° - 116° = 64°$



$\boxed{28.}$ Do riešenia sme si dokreslili jednu úsečku navyše – úsečku BD. Je zjavné, že úsečka DE je ťažnicou trojuholníka AMB a úsečka BF je ťažnicou trojuholníka BCD. Keďže ťažnice rozdeľujú trojuholník na

ak chce, aby na každého psa, ktorého bude mať doma chce, aby pripadli 2 ovce a na každú ovcu tri kravy? Vieme, že oviec si chce kúpiť 6.

$\boxed{11.}$ (1) Veta 2 je nepravdivá.
(2) Veta 1 je nepravdivá.
(3) Veda 3 je pravdivá.
(4) Veta 3 je pravdivá.
(5) Veta 4 je nepravdivá.
Koľko najviac viet môže byť pravdivých?

$\boxed{12.}$ Elfka Nina ma vrecko plné farebných guľôčok. Má v nej 3 modré guľôčky, 4 červené a jednu zelenú. Siahla do vrecka a vybrala 4 guľôčky. Jej kamarátka Julka chcela zistiť aké guľôčky si Nina vybrala. Nina jej dala len jeden pokus na uhádnutie. To Julke nestačí, ak by mala smolu. Koľko najmenej pokusov by musela Nina dať Julke, aby Julka mala stopercentú šancu uhádnuť, aj keď bude mať smolu?

$\boxed{13.}$ Elfka Katka mala 3 nádoby. Jednu 3-litrovú, jednu 5-litrovú a jednu 8-litrovú. Ona však chce variť 4 litre elixíru. Ako má prelievať vodu (má k dispozícií celú rieku vody), aby mala v nádobe presne 4 litre vody?

$\boxed{14.}$ Tomáš behá 4-krát rýchlejšie ako Fero kráča. Fero skončil písomku o 14:00 a ide pešo domov. Tomáš skončil písomku o 14:12 a bežal za Ferom. O koľkej dobehne Tomáš Fera?

$\boxed{15.}$ Minule som pri platení použila 3 druhy centov, pričom z každého druhu som použila rovnaký počet mincí. Koľko a centy akej hodnoty som použila, ak som platila 1, 75 eur?

$\boxed{16.}$ Pan Hĺbavy mal krasne kyvadlove hodiny, ktore však z času na čas zabudol natiahnuť. Doma pritom nemal, žiadne ine hodiny, či hodinky, ani radio, ani televizor, ani telefon , ani ine zariadenie, pomocou ktoreho by vedel stanoviť presnyčas. Raz, keď jeho krasne hodiny opať zastali, odišiel na navštevu k panovi Tvrdoňovi, zostal u neho cely večer a keď sa vratil domov, tak hodiny spravne nastavil. Ako to dokazal?

17. Na elfskej slávnosti sa tradične spievajú 4 rôzne piesne, jednu na začiatku, jednu po prípitku, jednu po večeri a štvrtú na uzatvorení slávnosti Tento rok elfka Adriana už vybrala 4 pesničky, ktoré na slávnosti majú zaznieť. Adriana ale nevie, ktorá má zaznieť na ktorom mieste v programe. Koľko má Adriana možností? (T.j. koľko je možností usporiadania štyroch pesničiek?)

18. Elf Paľko kúpil jablká a doniesol ich domov. Sestra sa ho spýtala: „Koľko si zaplatil za jablká?“Paľko odpovedal: „Uhádni. Kúpil som 4 razy viac jabĺk ako ty včera a platil som za každé jablko dvakrát menej ako ty včera.“Koľko platil Paľko, keď jeho sestra deň predtým dala za jablká 7, 30 elfských peniažkov?

19. Z Adamova sa dá do Bábovkova dostať troma rôznymi cestami. Z Bábovkova sa da do Cibuľkova dostať 4 rôznymi cestami. Z Cibuľkova do Drábska sa dá dostať dvoma cestami. Koľkými rôznymi cestami sa dá dostať z Adamova do Drábska, ak chceme ísť po rade do Bábovkova a Cibuľkova?

20. Rozdeľte štvorec na 6 menších štvorcov (nemusia byť rovnaké).

21. Elfovia majú oddávna problém s mravcožrútmi. Jeden mravcožrút zožerie 3 mravce za 6 minút. Koľko mravcožrútov zožerie 6 mravcov za 4 minúty?

22. Elfka Janka chodí na nákup každý piaty deň. Elfka Anička má veľkú rodinu, preto chodí na nákup každý tretí deň. Elfka Katka chodí na nákup každý siedmy deň. Raz v pondelok sa všetky stretli v obchode. V ktorý deň v týždni sa najbližšie stretú všetky tri elfky v obchode?

23. Elf Janko si povedal, že dneska sa sam so sebou zahrá takú hru. Najprv spraví krok dopredu, potom dva kroky dozadu, potom tri kroky dopredu, štyri dozadu. . . . až spraví 399 krokov dopredu a 400 krokov dozadu. Miško pozeral na Janka ako si tam hopká postavil sa na miesto, kde Janko začínal, urobil niekoľko krokov (rovnakoveľkých ako Janko)

21. Povedzme si, že Betka išla jedným smerom x kilometrov do kopca, y dolu kopcom a z po rovnej zemi. Druhým smerom teda išla y kilometrov do kopca, x dolu kopcom a z po rovnej zemi. Po dosadení do fyzikálneho vzorca $t = \frac{s}{v}$ dostávame:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} + \frac{y}{2} + \frac{x}{6} + \frac{z}{3} &= 6 \\ \frac{3x + y + 2z + 3y + x + 2z}{6} &= 6 \\ 4(x + y + z) &= 36 \\ x + y + z &= 9 \end{aligned}$$

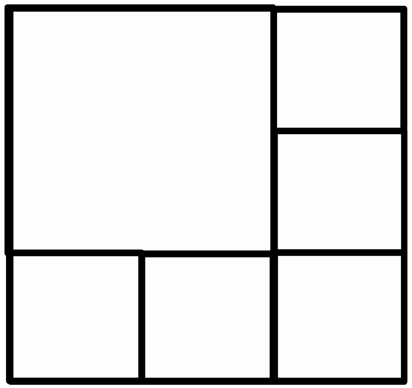
Z toho, ako sme si zadefinovali vzdialenosti x, y a z je zjavné, že $x+y+z$ je polovica vzdialenosti, ktorú Betka prešla za 6 hodín, čiže spolu prešla 18 kilometrov.

22. Poďme postupne odzadu počítať, koľko kokosov nazbierali muži. Posledný z mužov zjedol $\frac{1}{4}$ kokosov, čiže pred jeho príchodom na kôpke muselo byť $6 \cdot \frac{4}{3} = 8$ kokosov (zostatok – 6 – kokosov má byť $\frac{3}{4}$ z pôvodného počtu) . Zvyšní traja muži pred ním zobrali každý po tretine kokosov, čo boli na kope, čiže pred príchodom každého z nich boli na kope $\frac{3}{2}$ kokosov, ako po odchode každého z nich. To znamená, že pred príchodom prvého bolo na kope $8 \cdot \frac{3}{2}^3 = 27$ kokosov.

23. Keďže $225 = 9 \cdot 25$ a čísla 9 a 25 sú nesúdeliteľné, stačí, aby výsledné číslo bolo deliteľné číslom 9 a zároveň číslom 25. Kritérium deliteľnosti deviatimi je, aby bol ciferný súčet čísla deliteľný deviatimi. Výsledné číslo teda musí obsahovať minimálne 9 jednotiek. Kritérium deliteľnosti mocninami piatich je, že číslo je deliteľné 5^n vtedy a len vtedy, keď je jeho posledné $n-$číslie deliteľné 5^n. A teda, aby naše výsledné číslo bolo deliteľné $25 = 5^2$, musí byť jeho posledné dvojčíslie 00. Najmenšie číslo spĺňajúce podmienky zo zadania je teda 11111111100.

24. Plochu vyfarbenej časti vypočítame ako obsah vyfarbeného kruhu s priemerom 30 cm mínus obsahy dvoch bielych polkruhov s priemerom 20 cm + obsahy dvoch vyfarbených polkruhov s priemerom 10 cm

$\boxed{17.}$



$\boxed{18.}$ Riešením je začať si vypisovať možnosti a nájsť v tom algoritmus. Alebo ak už viete kombinatoriku, tak sú to permutácie s opakovaním a teda výsledok je $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot = 120$ možností.

$\boxed{19.}$ Steny vidím všetky priamo na obrázku – je ich 8. Teda vidíme akokeby 8 trojuholníkov a každé ma tri strany, teda takto narátame 24 hrán ale v reálnom telese sa každé dve úsečky spoja do jednej hrany. To znamená, že hrán bude 12. 12 hrán má 24 ohraničujúcich bodov a, ako je vidieť v bodoch A a B, vo výslednom telese sa v každom vrchole budú stretávať práve 4 hrany. To znamená, že vrcholov bude musieť byť $24/6 = 6$. (obrazok matboj-16.eps)

$\boxed{20.}$ O pol dvanástej je veľká ručička presne v strede celého ciferníka a malá v strede medzi 11-kou a 12-kou, čiže v $\frac{23}{24}$ celého obvodu ciferníka. Čiže uhol, ktorý zvierajú, je $(\frac{23}{24} - \frac{1}{2}) \cdot 360° = \frac{11}{24} \cdot 360° = 165°$.

a ocitol sa na tom istom mieste ako skončil Janko. Koľko krokov urobil Miško?

$\boxed{24.}$ Elfovia objavili čaro hrianok. Jedna hrianka sa pečie 5 minút z jednej strany a 5 z druhej. Na panvicu sa im zmestia maximálne dve hrianky. Za kolko najmenej minút vedia opiect 5 hrianok?

$\boxed{25.}$ Večer elfovia chytili variacu náladu. Elfovia Virak, Jucham, Biara a Agara si urobili štyri druhy tradičného elfského jedla: vegetariánske, jarné, brokolicové a ananásové. Každý z nich si urobil iný druh jedla. Žiaden z nich nemá rád ten druh jedla, ktorý začína rovnakým písmenom ako jeho meno. Jucham nemá rád vegetariánske ani ananásové. Biara tiež nemá rada ananásové a Agara zasa nechutí jarné. Aké jedlo si uvaril Virak?

$\boxed{26.}$ Janka má medzi 301 a 400 vzácnych motýľov vo svojej zbierke. Ked ich chce rozdelit do skupín po 4, 5 alebo 9 motýľov, vždy jej jeden ostane. Kolko má Janka motýľov vo svojej zbierke ?

$\boxed{27.}$ Len málokto vie, že sviečky sa dajú recyklovať. Zo 7 zvyškov sviečok sa dá vyrobiť 1 nová. Tá sa znova môže použiť, až kým z nej nezostane zvyšok. Koľko sviečok môžeme spolu (čiže aj s tými, ktoré znovu zrecyklujeme) vyrobiť, ak máme na začiatku 679 zvyškov?

$\boxed{28.}$ Elfka Janka má 4 kocky, na ktorých sú čísla 1, 2, 3 a 4. Minule ich naukladala vedľa seba tak, že bolo vidno štvorciferné číslo (napr. 1234). Zaujímave bolo, že toto číslo bolo deliteľné 88 (t. j. aby po delení číslom 88 bol zvyšok 0). Aké čislo bolo vidno na kockách?

$\boxed{29.}$ Myslím si trojciferné číslo. Keď od neho odpočítam 9, tak je deliteľné 9, keď od neho odpočítam 8, tak je deliteľné 8 a keď od neho odpočítam 7, tak je deliteľné 7. Aké číslo si myslím? (Číslo je deliteľné nejakým číslom x práve vtedy, keď po delení tým číslom x má zvyšok 0. Napr 40je deliteľné štvorkou, dvojkou päťkou, desiatkou a štyridsiadkou.)

30. Koľko prababičiek a pradedkov majú dohromady prababičky a pradedkovia mojej kamarátky elfky Janky?

Zadania pre šiestakov

1. Myslím si trojciferné číslo. Keď od neho odpočítam 9, tak je deliteľné 9, keď od neho odpočítam 8, tak je deliteľné 8 a keď od neho odpočítam 7, tak je deliteľné 7. Aké číslo si myslím?

2. Elf Izidor má doma veľký neporiadok. Všade má porozhadzované ponožky. Raz mu od toho neporiadku prestalo svietiť aj svetlo. Izidor chce nájsť dve rovnaké ponožky v tejto tme. Pamätá si, že tam porozhadzoval 3 páry modrých ponožiek, 2 páry čiernych a dva páry sivých ponožiek. Izidor si chce obliecť dve rovnaké ponožky. Koľko ponožiek musí v tme nájsť, aby mal istotu, že keď vyjde na svetlo, tak má v ruke dve ponožky rovnakej farby? (Izidor nerozlišuje medzi pravou a ľavou ponožkou. Teda v pare sú dve úplne rovnaké ponožky.) Keb

3. Elf Mayak má 28 dukátov. Polovicu dal elfke Janke, polovicu z toho, čo mu ostalo dal elfovi Adamovi a zvyšok dal Amálke. Koľko dukátov dal Amálke?

4. Elfka Adriana má tri prekrásne meče. Jeden má dĺžku 100cm, druhý má dĺžku 120cm a tretí má dĺžku 150cm. Raz si Adriana chcela kúpiť ďalší meč, bol krásny. Mal mať 130cm. Lenže ona potulným obchodníkom neverí a chcela si to sama overiť, no nemala žiadne meradlo. Ako pomocou svojich troch mečov odmeria 130cm?

5. V elfskej reči majú veľa zaujímavých slov. Napríklad anafrarig. Čísla 56, 105, 28, 63, 49 sú anafrarig. Čísla 100, 18, 65, 9, 76 nie sú anafrarig. Iba dve z čísel 14, 16, 57, 24, 70 sú anafrarig. Čo je to anafrarig?

musia zjavne prejsť rovnakú vzdialenosť. Podľa fyzikálneho vzorca $v = s \cdot t$ teda platí rovnica:

$$\begin{aligned} v \cdot t_1 + v \cdot t &= 4 \cdot v \cdot t \\ 12v + vt &= 4vt \\ 12 &= 4t - t \\ t &= 4min \end{aligned}$$

Tomáš dobehne Fera za 4 minúty.

13. V číslach od 1 do 100 napíšeme kadú cifru okrem nuly práve 19-krát, pretože 10-krát ju napíšeme v číslach tvaru (CIFRA)(druhá cifra) a 9-krát v číslach tvaru (iná cifra)(CIFRA) (pretože číslo tvaru (CIFRA)(CIFRA) by sme inak zarátali 2-krát). Nuly nemusíme rátať, pretože nám vysledný súčet neovplyvnia. Súčet všetkých cifier je teda $19 \cdot 1 + 19 \cdot 2 + \cdots + 19 \cdot 9 = 19(1 + 2 + \cdot + 9) = 19 \cdot 45 = 855$.

14. Máme sčítance X a Y, podľa zadania $X + Y = 115$. 30% z Y, čo je $0.3 \cdot Y$, má byť o 24 menšie ako X, čo sa dá zapísať ako $0,3 \cdot Y + 24 = X$. Tento vzťah dosadíme do prvej rovnice a dostávame $0,3 \cdot Y + 24 + Y = 115$. Úpravami dostaneme riešenie, $Y = \frac{91}{1.3} = 70$. A už iba dorátame druhého sčítanca, $X = 115 - Y = 45$.

15. $A - B = B$, takže $A = 2 \cdot B$. Toto dosadíme do druhej rovnice a dostaneme $B \cdot C = 2 \cdot B$ z čoho vyplýva, že $C = 2$. Zo štvrtej rovnice vieme zistiť hodnotu E: $E = C \cdot C = 2 \cdot 2 = 4$. Z toho už vieme aj hodnotu A: $A = C + E = 2 + 4 = 6$. Keďže $A = 2 \cdot B$, $B = \frac{A}{2} = \frac{6}{2} = 3$. No a hodnotu písmenka D zistíme z tretej rovnice, $D : B = E$, teda $D = B \cdot E = 3 \cdot 4 = 12$. Riešením sú teda, postupne podľa abecedy, čísla 6, 3, 2, 12 a 4.

16. Keď mu zastali hodiny išiel k pánovi Tvrdošovi, tam si pozrel ako dlho mu trvala cesta z domu na návštevu. Keď odchádzal, pozrel si u pána Tvrdoša presný čas a potom iba pričítal čas, čo mu trvá cesta medzi domom pána TvrdoHa a jeho domom a vedel si na svojich hodinách nastavie presný čas.

vyberie k týmto deviatim dve, tak sú určite modré. Teda Jankovi stačí vybrať 11 guličiek, aby vybral aspoň 2 modré guľôčky.

$\boxed{5.}$ Vieme, že ak k číslu, ktoré je deliteľné x pripočítame, číslo, ktoré je deliteľné x, tak aj súčet bude deliteľný x. Na tomto základe vieme povedať, že číslo je deliteľne 9, 8 aj 7. Jediné také trojciferné číslo je $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.

$\boxed{6.}$ Riešením je začať si vypisovať možnosti a nájsť v tom algoritmus. Alebo ak už viete kombinatoriku, tak sú to permutácie s opakovaním a teda výsledok je $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot = 120$ možností.

$\boxed{7.}$ Rozmery všetkých objektov na fotke sa musia zmenšiť v rovnakom pomere. To znamená, že keď je na obrázku had $\frac{2}{100} = 50$-krát menší, ako v origináli, musí byť stena na fotke tiež 50-krát menšia ako v origináli. Čiže pôvodne mala $4,5 \cdot 50 = 225$ centimetrov.

$\boxed{8.}$ Z Adamova do Bábkova sa vieme dosať troma rôznymi cestami. Hociktorou z nich pôjdeme, do Cibuľkova sa môžeme vydať 4 rôznymi cestami. Takže existuje $3 \cdot 4 = 12$ spôsobov ako prísť do Cibuľkova. A pri každom z týchto 12 spôsobov si vieme vybrať jednu z dvoch ciest do Drábska. Teda do Drábska sa dá dostať $2 \cdot 12 = 24$ rôznymi spôsobmi.

$\boxed{9.}$ Anafrarig je deliteľnosť sedmičkou.

$\boxed{10.}$ Adriana najprv vezme metrový meč a nadloží ho 150-centimetrovým mečom. Takto nameria 250cm. Teraz vezme 120-centimetrový meč a priloží ho v opačnom smere. Tá časť 250 centimetrov, kam už nedočiahol 120-centimetrový meč meria práve $250 - 120 = 130$ centimetrov.

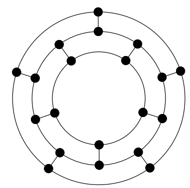
$\boxed{11.}$ Jedna elfská veverička spapá za 10 minút 12 orieškov, čiže 8 veceričiek spapá za 10 minút $8 \cdot 12 = 96$ orieškov a za 15 minút $96 \cdot \frac{3}{2} = 144$ orieškov.

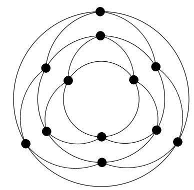
$\boxed{12.}$ Povedzme si, že Fero kráča nejakou rýchlosťou vkm/min a Tomáš ho dobehne po t minútach po to, ako o 14:12 vybehne. Tomáš aj Fero

$\boxed{6.}$ Máme dva rovnaké obdĺžniky, ktoré kladieme na seba. Koľkouholníky môžu byť ich spoločným prienikom? Ku každej možnosti nakresli aj obrázok.

$\boxed{7.}$ Elfka Janka dostala na matematike prémiovú úlohu. Mala si do zošita narysovať priamku a potom k nej dorysovať nejaký štvoruholník tak, aby ho priamka rozdelila na tri trojuholníky. Nakresli, ako mohla elfka úlohu vyriešiť.

$\boxed{8.}$ Vašou úlohou je prejsť jedným ťahom cez všetky body práve raz a vrátiť sa do toho istého bodu, z ktorého ste vychádzali.





$\boxed{9.}$ Elf Jano dostal na narodeniny tortu. Hneď chytil do ruky nôž a rozrezal ju na osem kúskov. Stačili mu na to 3 rezy. Ako to spravil?

$\boxed{10.}$ Môj elfský kamarát si chce kúpiť zvieratká, lebo doma ešte žiadne nemá. Chce si kúpiť kravy, ovce a psy. Koľko si kamarát kúpi zvierat, ak chce, aby na každého psa, ktorého bude mať doma chce, aby pripadli 2 ovce a na každú ovcu tri kravy? Vieme, že oviec si chce kúpiť 6.

$\boxed{11.}$ (1) Veta 2 je nepravdivá.
(2) Veta 1 je nepravdivá.
(3) Veda 3 je pravdivá.
(4) Veta 3 je pravdivá.
(5) Veta 4 je nepravdivá.
Koľko najviac viet môže byť pravdivých?

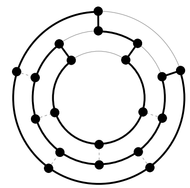
$\boxed{12.}$ Elfka Nina ma vrecko plné farebných guľôčok. Má v nej 3 modré guľôčky, 4 červené a jednu zelenú. Siahla do vrecka a vybrala 4 guľôčky. Jej kamarátka Julka chcela zistiť aké guľôčky si Nina vybrala. Nina jej dala len jeden pokus na uhádnutie. To Julke nestačí, ak by mala smolu. Koľko najmenej pokusov by musela Nina dať Julke, aby Julka mala stopercentú šancu uhádnuť, aj keď bude mať smolu?

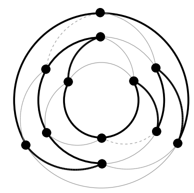
$\boxed{13.}$ Elfka Katka mala 3 nádoby. Jednu 3-litrovú, jednu 5-litrovú a jednu 8-litrovú. Ona však chce variť 4 litre elixíru. Ako má prelievať vodu (má k dispozícií celú rieku vody), aby mala v nádobe presne 4 litre vody?

$\boxed{14.}$ Tomáš behá 4-krát rýchlejšie ako Fero kráča. Fero skončil písomku o 14:00 a ide pešo domov. Tomáš skončil písomku o 14:12 a bežal za Ferom. O koľkej dobehne Tomáš Fera?

$\boxed{15.}$ Minule som pri platení použila 3 druhy centov, pričom z každého druhu som použila rovnaký počet mincí. Koľko a centy akej hodnoty som použila, ak som platila 1, 75 euro?

$\boxed{16.}$ Pan Hĺbavy mal krasne kyvadlove hodiny, ktore však z času na čas zabudol natiahnuť. Doma pritom nemal, žiadne ine hodiny, či hodinky, ani radio, ani televizor, ani telefon , ani ine zariadenie, pomocou ktoreho by vedel stanoviť presnyčas. Raz, keď jeho krasne hodiny opať zastali,





$\boxed{2.}$
Hovorme najprv len o prvých dvoch vetách. O nich je celkom zjavné, že si protirečia, čiže ak je ľubovoľná z nich pravdivá, druhá musí byť nepravdivá. Inak povedané, práve jedna z nich je vždy pravdivá. Pri druhých troch vetách môžu byť dve možnosti – ak je veta 3 pravdivá, tak je pravdivá aj štvrtá a 5-ta je nepravdivá (čiže spolu sú pravdivé práve 3 vety zo všetkých). Ak je veta 3 nepravdivá, tak je nepravdivá aj štvrtá a piata je pravdivá, čo dohromady dáva len 2 pravdivé vety. Čiže maximálne môžu byť 3 vety z piatich zadaných pravdivé zároveň.

$\boxed{3.}$ Ak na každého psa majú pripadať dve ovce, to znamená, že musí mať troch psov. Ak na každú ovcu majú pripadať tri kravy, to znamená, že kráv je trikrát viac ako kráv. Teda kráv je 18. Elf si chce kúpiť teda $3 + 6 + 18 = 27$ zvierat.

$\boxed{4.}$ V najhoršom prípade vyberie Janko 5 zelených, jednu žltú a 3 červené gluličky. Smoliar Janko takto vyberie 9 guličiek, ale keď už fyzikálneho vzorca $t = \frac{s}{v}$ dostávame:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}+\frac{y}{2}+\frac{x}{6}+\frac{z}{3} &= 6 \\ \frac{3x+y+2z+3y+x+2z}{6} &= 6 \\ 4(x+y+z) = 36 \\ x+y+z = 9 \end{aligned}$$

Z toho, ako sme si zadefinovali vzdialenosti x, y a z je zjavné, že $x+y+z$ je polovica vzdialenosti, ktorú Betka prešla za 6 hodín, čiže spolu prešla 18 kilometrov.

$\boxed{29.}$ Poďme postupne odzadu počítať, koľko kokosov nazbierali muži. Posledný z mužov zjedol $\frac{1}{4}$ kokosov, čiže pred jeho príchodom na kôpke muselo byť $6 \cdot \frac{4}{3} = 8$ kokosov (zostatok – 6 – kokosov má byť $\frac{3}{4}$ z pôvodného počtu) . Zvyšní traja muži pred ním zobrali každý po tretine kokosov, čo boli na kope, čiže pred príchodom každého z nich boli na kope $\frac{3}{2}$ kokosov, ako po odchode každého z nich. To znamená, že pred príchodom prvého bolo na kope $8 \cdot \frac{3}{2}^3 = 27$ kokosov.

$\boxed{30.}$ Keď maľuje každú druhú, premaľuje všetky párne latky, keď každú tretiu, premaľuje všetky násobky troch, keď každú štvrtú, všetky násobky štyroch. Takže každá latka je premaľovaná toľkokrát, koľko má deliteľov. Latky s párnym počtom deliteľov budú na konci zelené, latky s nepárnym počtom deliteľov budú biele. Nepárny počet deliteľov majú iba čísla, ktoré sú druhé mocniny prirodzených čísel, čiže 1,4,9,16,25,36,49,64,81,100. Takže tieto budú po konci maľovania biele, ostatné budú zelené.

Riešenia pre ôsmakov

$\boxed{1.}$ Riešenie je napríklad takéto:

odišiel na návštevu k panovi Tvrdoňovi, zostal u neho cely večer a keď sa vratil domov, tak hodiny spravne nastavil. Ako to dokazal?

$\boxed{17.}$ Na elfskej slávnosti sa tradične spievajú 4 rôzne piesne, jednu na začiatku, jednu po prípitku, jednu po večeri a štvrtú na uzatvorení slávnosti Tento rok elfka Adriana už vybrala 4 pesničky, ktoré na slávnosti majú zaznieť. Adriana ale nevie, ktorá má zaznieť na ktorom mieste v programe. Koľko má Adriana možností? (T.j. koľko je možností usporiadania štyroch pesničiek?)

$\boxed{18.}$ Janko má v miešku 3 červené guličky, 6 modrých, 5 zelených a jednu žltú. Z týchto guličiek chce určite vybrať aspoň 2 modré. Koľko guličiek musí Janko vybrať, aby medzi nimi boli určite aspoň 2 modré guľôčky?

$\boxed{19.}$ Z Adamova sa dá do Bábovkova dostať troma rôznymi cestami. Z Bábovkova sa da do Cibuľkova dostať 4 rôznymi cestami. Z Cibuľkova do Drábska sa dá dostať dvoma cestami. Koľkými rôznymi cestami sa dá dostať z Adamova do Drábska, ak chceme ísť po rade do Bábovkova a Cibuľkova?

$\boxed{20.}$ Číslo 115 rozložte na dva sčítance tak, aby jeden bol o 24 väčší ako 30 druhého sčítanca.

$\boxed{21.}$ Koľko prababičiek a pradedkov majú dohromady prababičky a pradedkovia mojej kamarátky elfky Janky?

$\boxed{22.}$ Elfovia majú zaujímave umenie. napríklad na jednej soche sú popísané všetky dvojciferné čísla, ktorých cifra na mieste desiatok je väčšia ako cifra na mieste jednotiek. Koľko čísel je napísaných na soche?

$\boxed{23.}$ Elfovia majú oddávna problém s mravcožrútmi. Jeden mravcožrút zožerie 3 mravce za 6 minút. Koľko mravcožrútov zožerie 6 mravcov za 4 minúty?

$\boxed{24.}$ Elfka Janka chodí na nákup každý piaty deň. Elfka Anička má veľkú rodinu, preto chodí na nákup každý tretí deň. Elfka Katka chodí na nákup každý siedmy deň. Raz v pondelok sa všetky stretli v obchode. V ktorý deň v týždni sa najbližšie stretú všetky tri elfky v obchode?

$\boxed{25.}$ Elf Janko si povedal, že dneska sa sam so sebou zahrá takú hru. Najprv spraví krok dopredu, potom dva kroky dozadu, potom tri kroky dopredu, štyri dozadu.... až spraví 399 krokov dopredu a 400 krokov dozadu. Miško pozeral na Janka ako si tam hopká postavil sa na miesto, kde Janko začínal, urobil niekoľko krokov (rovnakoveľkých ako Janko) a ocitol sa na tom istom mieste ako skončil Janko. Koľko krokov urobil Miško?

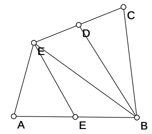
$\boxed{26.}$ Elfovia objavili čaro hrianok. Jedna hrianka sa pečie 5 minút z jednej strany a 5 z druhej. Na panvicu sa im zmestia maximálne dve hrianky. Za kolko najmenej minút vedia opiect 5 hrianok?

$\boxed{27.}$ Večer elfovia chytili variacu náladu. Elfovia Virak, Jucham, Biara a Agara si urobili štyri druhy tradičného elfského jedla: vegetariánske, jarné, brokolicové a ananásové. Každý z nich si urobil iný druh jedla. Žiaden z nich nemá rád ten druh jedla, ktorý začína rovnakým písmenom ako jeho meno. Jucham nemá rád vegetariánske ani ananásové. Biara tiež nemá rada ananásové a Agara zasa nechutí jarné. Aké jedlo si uvaril Virak?

$\boxed{28.}$ Janka má medzi 301 a 400 vzácnych motýľov vo svojej zbierke. Ked ich chce rozdelit do skupín po 4, 5 alebo 9 motýľov, vždy jej jeden ostane. Kolko má Janka motýľov vo svojej zbierke ?

$\boxed{29.}$ Len málokto vie, že sviečky sa dajú recyklovať. Zo 7 zvyškov sviečok sa dá vyrobiť 1 nová. Tá sa znova môže použiť, až kým z nej nezostane zvyšok. Koľko sviečok môžeme spolu (čiže aj s tými, ktoré znovu zrecyklujeme) vyrobiť, ak máme na začiatku 679 zvyškov?

$\boxed{30.}$ Elfka Janka má 4 kocky, na ktorých sú čísla 1, 2, 3 a 4. Minule ich naukladala vedľa seba tak, že bolo vidno štvorciferné číslo (napr.



$\boxed{26.}$ Spolu máme, podľa zadania, $9 + 9 \cdot \frac{3}{4} + 9 \cdot \frac{1}{2} + 9 \cdot \frac{1}{4} = 22,5$ sudu vína. Každý dedič má dostať rovnako veľa vína, čiže $\frac{22.5}{5} = 4.5$ plného sudu vína. Rozdeliť ich medzi jednotlivých dedičov sa už dá mnohými spôsobmi, napríklad: 3,1,1,1,3; 3,2,0,0,4; 2,2,1,2,2; 1,4,0,2,2; 0,0,7,4,0 (čísla označujú postupne počet plných, ..., poloplných, ... prázdnych sudov).

$\boxed{27.}$ Poďme na to od konca. Keďže poslednému kupcovi predal polovicu jabĺk, o mal a ešte polovicu jablka a potom mu nič neostalo, tak to znamená, že polovica jabĺk,čo mal bola práve polovica jablka. Teda pred siedmym kupcom mal len jedno jablko. Šiestemu kupcovi predal tiež polovicu zo svojich jabĺk a ešte pol jablka, teda pred šietym kupcom mal $(jednojablko + poljablka) \cdot 2 = 3$ jablká. Potobne pred piatym kupcom mal $(3jablk + poljablka) \cdot 2 = 7$ jabĺk. Pred štvrtým kupcom mal $(7jabĺk + poljablka) \cdot 2 = 15$ jabĺk. Pred tretím kupcom mal $(15jabĺk + poljablka) \cdot 2 = 31$ jabĺk. Pred druhým kupcom mal $(31jabĺk + poljablka) \cdot 2 = 63$ jabĺk. Pred prvým kupcom teda mal (63 jabĺk + pol jablka)= 127 jabĺk.

$\boxed{28.}$ Povedzme si, že Betka išla jedným smerom x kilometrov do kopca, y dolu kopcom a z po rovnej zemi. Druhým smerom teda išla y kilometrov do kopca, x dolu kopcom a z po rovnej zemi. Po dosadení do byť rovnaký, čiže strany AE a ED musia mať $6cm$. Dajme do rovnosti obvod obdĺžnikov $AGFE$ a $GBCH$ a vypočítajme a:

$$\begin{aligned} [(12-a)+6]\cdot 2 &= (a+12)\cdot 2 \\ 36-2a &= 24+2a \\ 4a &= 12 \\ a &= 3cm \end{aligned}$$

Obvod každého obdĺžnika na obrázku bude teda $(12+3)\cdot 2 = (9+6)\cdot 2 = 27cm$. čiže ich celkový obvod bude 81 cm.
Rozdelenie s najmenším možným obvodom je na obrázku číslo 2 a popísané takisto v možnosti číslo 2.

$\boxed{24.}$ Keď 6 veľkých trubiek vypustí nádrž za 12 hodín, 1 veľká trubka vypustí nádrž za 72 hodín a za x hodín vypustí $\frac{x}{72}$ nádrže. Povedzme si, že jedna malá trubka vypustí bazén za T hodín, čiže za x hodín vypustí $\frac{x}{T}$ nádrže. Napíšme si rovnicu o spoločnej práci pre 2. prípad, keď 3 veľké a 9 malých trubiek vypustia nádrž za 8 hodín (t.j. $x = 8$):

$$\begin{aligned} 1 &= 3\cdot\frac{8}{72}+9\cdot\frac{8}{T} \\ 24T &= 8T+9\cdot 8\cdot 24 \\ T &= 108 \end{aligned}$$

Týmto sme vypočítali, že jedna malá trubka vypustí nádrž za 108 hodín. A to znamená, že 4 malé trubky vypustia nádrž za 27 hodín.

$\boxed{25.}$ Do riešenia sme si dokreslili jednu úsečku navyše – úsečku BD. Je zjavné, že úsečka DE je ťažnicou trojuholníka AMB a úsečka BF je ťažnicou trojuholníka BCD. Keďže ťažnice rozdeľujú trojuholník na dve obsahovo rovnaké časti, platí, že $S_{AED} = S_EBD = S_1$ a $S_{BFC} = S_{BFD} = S_2$. Z obrázka je taksito zjavné, že $S_{ABCD} = 2(S_1 + S_2)$ a $S_{EBFD} = S_1 + S_2$, čo sme chceli dokázať.

1234). Zaujímave bolo, že toto číslo bolo deliteľné 88 (t. j. aby po delení číslom 88 bol zvyšok 0). Aké čislo bolo vidno na kockách?

Zadania pre siedmakov

$\boxed{1.}$ Môj elfský kamarát si chce kúpiť zvieratká, lebo doma ešte žiadne nemá. Chce si kúpiť kravy, ovce a psy. Koľko si kamarát kúpi zvierat, ak chce, aby na každého psa, ktorého bude mať doma chce, aby pripadli 2 ovce a na každú ovcu tri kravy? Vieme, že oviec si chce kúpiť 6.

$\boxed{2.}$ Elf Mayak má 28 dukátov. Polovicu dal elfke Janke, polovicu z toho, čo mu ostalo dal elfovi Adamovi a zvyšok dal Amálke. Koľko dukátov dal Amálke?

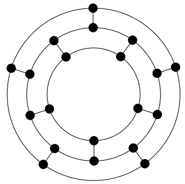
$\boxed{3.}$ V elfskej reči majú veľa zaujímavých slov. Napríklad anafrarig. Čísla 56, 105, 28, 63, 49 sú anafrarig. Čísla 100, 18, 65, 9, 76 nie sú anafrarig. Iba dve z čísel 14, 16, 57, 24, 70 sú anafrarig. Čo je to anafrarig?

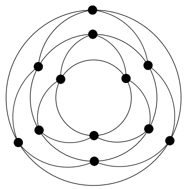
$\boxed{4.}$ Elfovia majú oddávna problém s mravcožrútmi. Jeden mravcožrút zožerie 3 mravce za 6 minút. Koľko mravcožrútov zožerie 6 mravcov za 4 minúty?

$\boxed{5.}$ Maťo bol v ZOO. Popri tehlovej stene odfotil metrového hada. Keď vyvolal fotku, had mal 2 centimetre a stena bola vysoká 4,5 centimetra. Aká bola skutočná výška tehlovej steny v cm?

$\boxed{6.}$ Janko má v miešku 3 červené guličky, 6 modrých, 5 zelených a jednu žltú. Z týchto guličiek chce určite vybrať aspoň 2 modré. Koľko guličiek musí Janko vybrať, aby medzi nimi boli určite aspoň 2 modré guľôčky?

$\boxed{7.}$ Vašou úlohou je prejsť jedným ťahom cez všetky body práve raz a vrátiť sa do toho istého bodu, z ktorého ste vychádzali.





8. (1) Veta 2 je nepravdivá.
(2) Veta 1 je nepravdivá.
(3) Veda 3 je pravdivá.
(4) Veta 3 je pravdivá.
(5) Veta 4 je nepravdivá.
Koľko najviac viet môže byť pravdivých?

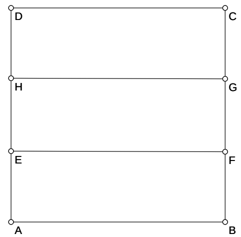
9. Myslím si trojciferné číslo. Keď od neho odpočítam 9, tak je deliteľné 9, keď od neho odpočítam 8, tak je deliteľné 8 a keď od neho odpočítam 7, tak je deliteľné 7. Aké číslo si myslím?

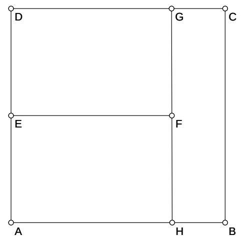
10. Elfka Adriana má tri prekrásne meče. Jeden má dĺžku 100cm, druhý má dĺžku 120cm a tretí má dĺžku 150cm. Raz si Adriana chcela kúpiť ďalší meč, bol krásny. Mal mať 130cm. Lenže ona potulným obchodníkom neverí a chcela si to sama overiť, no nemala žiadne meradlo. Ako pomocou svojich troch mečov odmeria 130cm?

vtedy, keď je jeho posledné $n-$číslie deliteľné 5^n. A teda, aby naše výsledné číslo bolo deliteľné $25 = 5^2$, musí byť jeho posledné dvojčíslie 00. Najmenšie číslo spĺňajúce podmienky zo zadania je teda 11111111100.

22. Priemer bodov celej triedy sa počíta ako $\frac{b_1+b_2+\cdots+b_25}{25}$, čo sa dá inak napísať ako $\frac{b_1}{25}+\frac{b_2}{25}+\cdots+\frac{b_25}{25}$ - inak povedané, každý test prispieva do priemeru práve jednou dvadsaťpätinou svojej bodovej hodnoty. To znamená, že Lenkin test bol do celkové priemeru zarátaný ako $\frac{36}{25}=1,44$ boda, no mal byť zarátaný ako $\frac{86}{25}=3,44$, čiže celkový priemer sa zmenšil o 2 body. Priemer celej triedy treda mal byť 74 bodov.

23. Štvorec vieme na 3 obdĺžniky rozdeliť dvomi rôznymi spôsobmi:





1. Všetky obdĺžniky na prvom obrázku majú rovnako dlhú jednu stranu, čiže na to, aby mali rovnaký obvod, musia mať rovnako dlhú aj druhú stranu. To znamená, že každý z nich má obvod $(12+\frac{12}{3})\cdot 2 = 32cm$, čiže ich celkový obvod je $96cm$. 2. Označme si dĺžku úsečky GC a, čiže dĺžka úsečky DG je $12-a$. Obvod obdĺžnikov $AGFE$ a $EFHD$ musí

budú stretávať práve 4 hrany. To znamená, že vrcholov bude musieť byť $24/6 = 6$.

$\boxed{19.}$ Na to, aby malo číslo ciferný súčin 6, musí obsahovať buď cifru 6 (a ľubovoľný počet jednotiek, ktoré ciferný súčin zjavne neovplyvňujú) alebo cifry 2 a 3 (a tiež ľubovoľný počet jednotiek). Preskúšajme obe možnosti:

- Výsledné číslo obsahuje cifru 6. Keďže vieme, že ciferný súčet hľadaného čísla je 7, musí okrem cifry 6 obsahovať práve jednu cifru 1. Z cifier 1 a 6 vieme zložiť práve jedno číslo eliteľné ôsmimi – 16.

- Výsledné číslo obsahuje cifry 2 a 3. Keďže vieme, že ciferný súčet hľadaného čísla je 7, musí okrem cifier 2 a 3 obsahovať ešte práve dve jednotky. Keďže mábyť výsledné číslo deliteľné ôsmimi, určite musí byť párne. To znamená, že máme 3 možnosti, aké čísla môžeme vytvoriť – 1132, 1312 a 3112. Z nich sú deliteľné ôsmimi len dve – 1312 a 3112.

Čísla, ktoré spĺňajú podmienky zo zadania, sú práve 3 – 16, 1312 a 3112.

$\boxed{20.}$ $A - B = B$, takže $A = 2 \cdot B$. Toto dosadíme do druhej rovnice a dostaneme $B \cdot C = 2 \cdot B$ z čoho vyplýva, že $C = 2$. Zo štvrtej rovnice vieme zistiť hodnotu E: $E = C \cdot C = 2 \cdot 2 = 4$. Z toho už vieme aj hodnotu A: $A = C + E = 2 + 4 = 6$. Keďže $A = 2 \cdot B$, $B = \frac{A}{2} = \frac{6}{2} = 3$. No a hodnotu písmenka D zistíme z tretej rovnice, $D : B = E$, teda $D = B \cdot E = 3 \cdot 4 = 12$. Riešením sú teda, postupne podľa abecedy, čísla 6, 3, 2, 12 a 4.

$\boxed{21.}$ Keďže $225 = 9 \cdot 25$ a čísla 9 a 25 sú nesúdeliteľné, stačí, aby výsledné číslo bolo deliteľné číslom 9 a zároveň číslom 25. Kritérium deliteľnosti deviatimi je, aby bol ciferný súčet čísla deliteľný deviatimi. Výsledné číslo teda musí obsahovať minimálne 9 jednotiek. Kritérium deliteľnosti mocninami piatich je, že číslo je deliteľné 5^n vtedy a len

$\boxed{11.}$ Elf Tomáš behá 4-krát rýchlejšie ako Fero kráča. Fero skončil písomku o 14:00 a ide pešo domov. Tomáš skončil písomku o 14:12 a bežal za Ferom. O koľkej dobehne Tomáš Fera?

$\boxed{12.}$ Aký je súčet všetkých cifier od 1 do 100? (Nie samotných čísel, ale ich cifier.)

$\boxed{13.}$ Koľko prababičiek a pradedkov majú dohromady prababičky a pradedkovia mojej kamarátky elfky Janky?

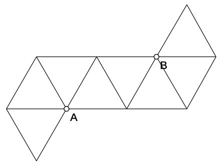
$\boxed{14.}$ Z Adamova sa dá do Bábovkova dostať troma rôznymi cestami. Z Bábovkova sa da do Cibuľkova dostať 4 rôznymi cestami. Z Cibuľkova do Drábska sa dá dostať dvoma cestami. Koľkými rôznymi cestami sa dá dostať z Adamova do Drábska, ak chceme ísť po rade do Bábovkova a Cibuľkova?

$\boxed{15.}$ Paľko kúpil jablká a doniesol ich domov. Sestra sa ho spýtala: „Koľko si zaplatil za jablká?“Paľko odpovedal: „Uhádni. Kúpil som 4 razy viac jabĺk ako ty včera a platil som za každé jablko dvakrát menej ako ty včera.“Koľko platil Paľko, keď jeho sestra deň predtým dala za jablká 7, 30 peniažkov?

$\boxed{16.}$ Janka má medzi 301 a 400 vzácnych motýľov vo svojej zbierke. Ked ich chce rozdelit do skupín po 4, 5 alebo 9 motýľov, vždy jej jeden ostane. Kolko má Janka motýľov vo svojej zbierke ?

$\boxed{17.}$ Len málokto vie, že sviečky sa dajú recyklovať. Zo 7 zvyškov sviečok sa dá vyrobiť 1 nová. Tá sa znova môže použiť, až kým z nej nezostane zvyšok. Koľko sviečok môžeme spolu (čiže aj s tými, ktoré znovu zrecyklujeme) vyrobiť, ak máme na začiatku 679 zvyškov?

$\boxed{18.}$ Koľko vrcholov, hrán a stien má teleso, ktorého sieť je nakreslená na obrázku?



$\boxed{19.}$ Nájdite všetky prirodzené čísla deliteľné ôsmimi, ktorých ciferný súčet je rovný siedmim a ciferný súčin je rovný šiestim (napr. číslo 832 má ciferný súčet 8+3+2 = 13 a ciferný súčin 8.3.2 = 48, číslo 403 má ciferný súčet 4+0+3 = 7 a ciferný súčin 4.0.3 = 0).

$\boxed{20.}$ Doplň rovnaké čísla za rovnaké písmená tak, aby platilo:

$$A – B = B$$

$$BxC = A$$

$$D : B = E$$

$$CxC = E$$

$$C + E = A$$

$\boxed{21.}$ Aké je najmenšie číslo, okrem nuly, skladajúce sa len z 1 a 0 deliteľné 225?

$\boxed{22.}$ Učiteľ McDonald si zapisoval body 25 študentov z testu, v ktorom sa dalo získať 100 bodov. Priemer celej triedy bol 72. Lenka získala 86 bodov, ale učiteľ sa pri zapisovaní pomýlil a omylom zaznačil 36. Aký bol správny priemer z testu?

$\boxed{23.}$ Rozdeľte štvorec s obvodom 12cm na tri obdĺžniky s rovnakým obvodom, tak aby bol tento obvod čo najmenší.

$\boxed{14.}$ Z Adamova do Bábkova sa vieme dosať troma rôznymi cestami. Hociktorou z nich pôjdeme, do Cibuľkova sa môžeme vydať 4 rôznymi cestami. Takže existuje $3 \cdot 4 = 12$ spôsobov ako prísť do Cibuľkova. A pri každom z týchto 12 spôsobov si vieme vybrať jednu z dvoch ciest do Drábska. Teda do Drábska sa dá dostať $2 \cdot 12 = 24$ rôznymi spôsobmi.

$\boxed{15.}$ Nech Paľkova sestra kupovala j jabĺk, každé po p peniažkov. Tým pádom spolu platila $j \cdot p$ peniažkov. Paľko dnes kúpil $4j$ jabĺk po $\frac{p}{2}$ peniažkov. To znamená, že spolu platil $4j \cdot \frac{p}{2} = 2jp$ peniažkov, čo je 2-krát viac, ako jeho sestra platila včera. Čiže Paľko za jablká platil 14,60 elfských peniažkov.

$\boxed{16.}$ Vieme, že číslo, ktoré je deliteľné štyrmi, je aj párne. To znamená, že číslo, ktoré dáva po delení štyrmi zvyšok 1, musí byť nepárne. Piatimi je číslo deliteľné vtedy, keď sa končí na nulu alebo pätku. To znamená, že aby číslo dávalo zvyšok 1 po delení piatimi, musí sa končiť na cifru 1 alebo 6. Z predchádzajúceho ale vieme, že číslo spĺňajúce podmienky zo zadania musí byť nepárne, čiže musí mať tvar 3A1 (číslo 400 zjavne podmienky zadania nespĺňa, tak nás nebude zaujímať). Keď si vypíšeme všetky čísla medzi 301 a 400, ktoré dávajú zvyšok 1 po delení deviatimi zistíme, že jediné z nich, ktoré sa končí jednotkou je 341. A toto číslo zjavne spĺňa všetky podmienky zo zadania, čiže Jarka má 341 motýľov.

$\boxed{17.}$ Zo 679 zvyškov sviečok vyrobíme presne, bezo zvyšku, 97 nových sviečok. Keď tieto spotrebujeme, vieme z nich vyrobiť 13 nových sviečok a zostane nám 6 zvyškov. Keď všetky tieto sviečky zhoria, budeme mať 19 zvyškov, z ktorých vyrobíme dve nové sviečky a 5 zvyškov nám zostane. Po zhorení dvoch sviečok nám zostane práve 7 zvyškov, z ktorých vyrobíme poslednú novú sviečku. Z jedného zvyšku už nevieme vyrobiť nič, čiže sme celkovo vyrobili $97 + 13 + 2 + 1 = 113$ sviečok.

$\boxed{18.}$ Steny vidím všetky priamo na obrázku – je ich 8. Teda vidíme akokeby 8 trojuholníkov a každé ma tri strany, teda takto narátame 24 hrán ale v reálnom telese sa každé dve úsečky spoja do jednej hrany. To znamená, že hrán bude 12. 12 hrán má 24 ohraničujúcich bodov a, ako je vidieť v bodoch A a B, vo výslednom telese sa v každom vrchole aj štvrtá a piata je pravdivá, čo dohromady dáva len 2 pravdivé vety. Čiže maximálne môžu byť 3 vety z piatich zadaných pravdivé zároveň.

9. Vieme, že ak k číslu, ktoré je deliteľné x pripočítame, číslo, ktoré je deliteľné x, tak aj súčet bude deliteľný x. Na tomto základe vieme povedať, že číslo je deliteľne 9, 8 aj 7. Jediné také trojciferné číslo je $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.

10. Adriana najprv vezme metrový meč a nadloží ho 150-centimetrovým mečom. Takto nameria 250cm. Teraz vezme 120-centimetrový meč a priloží ho v opačnom smere. Tá časť 250 centimetrov, kam už nedočiahol 120-centimetrový meč meria práve $250 - 120 = 130$ centimetrov.

11. Povedzme si, že Fero kráča nejakou rýchlosťou vkm/min a Tomáš ho dobehne po t minútach po to, ako o 14:12 vybehne. Tomáš aj Fero musia zjavne prejsť rovnakú vzdialenosť. Podľa fyzikálneho vzorca $v = s \cdot t$ teda platí rovnica:

$$\begin{aligned} v \cdot t_1 + v \cdot t &= 4 \cdot v \cdot t \\ 12v + vt &= 4vt \\ 12 &= 4t - t \\ t &= 4min \end{aligned}$$

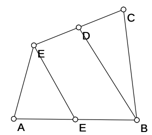
Tomáš dobehne Fera za 4 minúty.

12. V číslach od 1 do 100 napíšeme kadú cifru okrem nuly práve 19-krát, pretože 10-krát ju napíšeme v číslach tvaru (CIFRA)(druhá cifra) a 9-krát v číslach tvaru (iná cifra)(CIFRA) (pretože číslo tvaru (CIFRA)(CIFRA) by sme inak zarátali 2-krát). Nuly nemusíme rátať, pretože nám vysledný súčet neovplyvnia. Súčet všetkých cifier je teda $19 \cdot 1 + 19 \cdot 2 + \cdots + 19 \cdot 9 = 19(1 + 2 + \cdot + 9) = 19 \cdot 45 = 855$.

13. prababička má dvoch rodičov, štyroch starých rodičov a ôsmych prastarých rodičov. Takisto pradeduško. A Janka má dvoch rodičov, štyroch starých rodičov a ôsmych prastarých rodičov. Teda osem prastarých rodičov má osem prastarých rodičov, teda odpoveď je $8 \cdot 8 = 64$.

24. Veľká nádrž sladkej vody má dva typy vypúšťania – malými a veľkými trubkami. Šesť veľkých trubiek vypustí nádrž za 12 hodín, 3 veľké a 9 malých spolu za 8 hodín. Za koľko nádrž vypustia 4 malé trubky?

25. Bod E je stred úsečky AB a bod F je stred úsečky CD. Dokážte, že obsah EBFD sa rovná polovici obsahu štvoruholníka ABCD.



26. Zo 45 sudov vína je 9 plných, 9 plných do troch štvrtín, 9 do polovice, 9 do jednej štvrtiny a 9 prázdnych. Päť dedičov si má všetko rozdeliť tak, aby každý dostal rovnaký počet súdkov a rovnaké množstvo vína a predsa sa víno neprelievalo a každý mal najmenej jeden z každého druhu súdku, ale žiadni dvaja nemali rovnaký počet každého druhu súdku. Ako sa podelia?

27. Jeden zahradnik z isteho maleho mestečka dopestoval vo svojej zahrade veľke množstvo jabĺk. Keďže vedel, že on ani jeho rodina nezje toľko jabĺk, tak sa rozhodol, že ich preda a za utŕžene peniaze si kupi niečo ine, čo bude potrebovať pre svoju pracu v zahrade. Prišiel teda na jarmok do mesta a len čo rozložil všetky svoje jablka, hneď sa ku nemu začali hrnuť kupujuci. Predal teda prvemu kupujucemu polovicu všetkych jabĺk a pol jablka. Druhemu kupujucemu polovicu zvyšku a ešte pol jablka. Tretiemu polovicu ďalšieho zvyšku a ešte pol jablka a tak to išlo až po siedmeho kupujuceho. Siedmemu kupujucemu predal polovicu zvyšku a tiež pol jablka. Potom mu už však neostalo ani jedno jablko, pretože všetky predal. Pobral sa teda spokojne domov. Koľko mal zahradnik jabĺk, keď prišiel na jarmok?

28. Betka sa vybrala navštíviť kamarátku Simonu a domov sa vrátila po rovnakej ceste. Vždy keď šla do kopca, išla rýchlosťou 2km/h, dolu kopcom 6km/h a po rovnej ceste 3km/h. Ak celkovo kráčala 6 hodín, koľko km nachodila?

29. Štyria muži stroskotali na ostrove. Nemali žiadne jedlo a tak sa vybrali zbierať kokosové orechy. Po zbere boli veľmi unavení a preto všetci zaspali. Po chvíli sa jeden muž zobudil a keďže bol hladný, zjedol 1/3 kokosových orechov – viac ako férovo určenú štvrtinu. Potom zaspal. Neskôr sa zobudil druhý muž a zjedol tretinu zo zvyšných kokosových orechov. Tretí muž urobil to isté. Keď sa zobudil štvrtý muž, zjedol toľko, koľko naozaj mal zo zvyšných kokosových orechov. Ostalo 6 kokosových orechov. Koľko kusov nazbierali všetci muži spolu?

30. Na plote je 100 latiek. Ale farba uz davno vybledla, tak sa Jozko rozhodol, ze ho namaluje. Ma dve farby, bielu a zelenu. Najprv namaloval kazdu latku nabielo. Potom isiel zase od zaciatku a namaloval iba kazdu druhu latku, potom kazdu tretiu, …, az nakoniec namaloval iba poslednu (stu). Vzdu ked maloval nejaku latku zmenil jej farbu, cize ak bola aktualne biela, nafarbil ju nazeleno, ak bola zelena nafarbil ju nabielo. Potom sa zamyslel. Ak by od zaciatku vedel, ktore latky budu na konci biele a ktore zelene, mohol usetrit kopu prace… Viete to zistit?

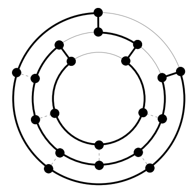
Zadania pre ôsmakov

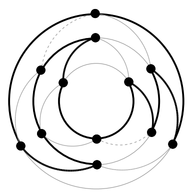
1. Vašou úlohou je prejsť jedným ťahom cez všetky body práve raz a vrátiť sa do toho istého bodu, z ktorého ste vychádzali.

v origináli, musí byť stena na fotke tiež 50-krát menšia ako v origináli. Čiže pôvodne mala $4,5 \cdot 50 = 225$ centimetrov.

6. V najhoršom prípade vyberie Janko 5 zelených, jednu žltú a 3 červené gluličky. Smoliar Janko takto vyberie 9 guličiek, ale keď už vyberie k týmto deviatim dve, tak sú určite modré. Teda Jankovi stačí vybrať 11 guličiek, aby vybral aspoň 2 modré guľôčky.

7. Riešenie je napríklad takéto:





8.
Hovorme najprv len o prvých dvoch vetách. O nich je celkom zjavné, že si protirečia, čiže ak je ľubovoľná z nich pravdivá, druhá musí byť nepravdivá. Inak povedané, práve jedna z nich je vždy pravdivá. Pri druhých troch vetách môžu byť dve možnosti – ak je veta 3 pravdivá, tak je pravdivá aj štvrtá a 5-ta je nepravdivá (čiže spolu sú pravdivé práve 3 vety zo všetkých). Ak je veta 3 nepravdivá, tak je nepravdivá

$\boxed{30.}$ Vidíme, že číslo musí byť párne, teda na konci bude 2 alebo 4. Takisto číslo, ktoré hľadáme musí po delení 4 dávať zvyšok 0.
Vieme, že stačí, aby sme sa pozreli na posledné dve cifry, či sú deliteľné 4 a ak sú, tak je aj celé číslo deliteľné 4 (na cifry na mieste stoviek a tisícok sa nemusíme pozerať samostatne, pretože čísla, ktoré majú na posledných dvoch miestach 0 sú určite deliteľné 4, lebo sú delitelné 100 a $100 = 4 \cdot 25$).
Jediné take dve cifry, ktoré môžu byť na posledných dvoch miestach sú 12. A teraz máme už len dve možnosti: 3412 alebo 4312. Správnym riešením je číslo 4312.

Riešenia pre siedmakov

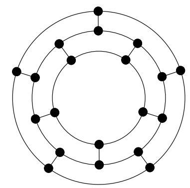
$\boxed{1.}$ Označme si počet psov, ktoré si kamarát chce kúpiť ako x. Podľa zadania si teda chce kúpiť $2x$ oviec a $3 \cdot 2x$kráv, čiže spolu $x + 2x + 6x = 9x$ zvierat. Zároveň vieme, že oviec si chce kúpiť 6, čiže $2x = 6$ a $x = 3$. Spolu si teda chce kúpiť $9 \cdot 3 = 27$ zvierat.

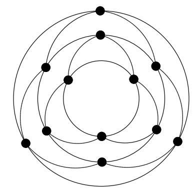
$\boxed{2.}$ Janke dal 14 dukátov, ostalo mu 14 dukátov. Sedem dukátov dal Adamovi, ostalo mu sedem dukátov, ktoré dal Amálke. Teda Amálke dal sedem dukátov.

$\boxed{3.}$ Anafrarig je deliteľnosť sedmičkou.

$\boxed{4.}$ Keď jeden mravcožrút zožerie 3 mravce za 6 minút, potom jeden mravcožrút zožerie za 4 minúty 2 mravce. A z toho vyplýva, že $6 = 3 \cdot 2$ mravcov za 4 minúty zožerú $3 \cdot 1 = 3$ mravcožrúty.

$\boxed{5.}$ Rozmery všetkých objektov na fotke sa musia zmenšiť v rovnakom pomere. To znamená, že keď je na obrázku had $\frac{2}{100} = 50$-krát menší, ako





$\boxed{2.}$ (1) Veta 2 je nepravdivá.
(2) Veta 1 je nepravdivá.
(3) Veda 3 je pravdivá.
(4) Veta 3 je pravdivá.
(5) Veta 4 je nepravdivá.
Koľko najviac viet môže byť pravdivých?

$\boxed{3.}$ Môj elfský kamarát si chce kúpiť zvieratká, lebo doma ešte žiadne nemá. Chce si kúpiť kravy, ovce a psy. Koľko si kamarát kúpi zvierat, ak chce, aby na každého psa, ktorého bude mať doma chce, aby pripadli 2 ovce a na každú ovcu tri kravy? Vieme, že oviec si chce kúpiť 6.

$\boxed{4.}$ Janko má v miešku 3 červené guličky, 6 modrý, 5 zelených a jednu žltú. Z týchto guličiek chce určite vybrať aspoň 2 modré. Koľko guličiek musí Janko vybrať, aby medzi nimi boli určite aspoň 2 modré guľôčky?

5. Myslím si trojciferné číslo. Keď od neho odpočítam 9, tak je deliteľné 9, keď od neho odpočítam 8, tak je deliteľné 8 a keď od neho odpočítam 7, tak je deliteľné 7. Aké číslo si myslím?

6. Elf Adam kúpil 5 rôznych pohľadníc. Chce ich poslať 5 rôznym kamarátom. Koľkými spôsobmi ich môže poslať kamarátom, aby každý kamarát dostal práve jednu pohľadnicu?

7. Maťo bol v ZOO. Popri tehlovej stene odfotil metrového hada. Keď vyvolal fotku, had mal 2 centimetre a stena bola vysoká 4,5 centimetra. Aká bola skutočná výška tehlovej steny v cm?

8. Z Adamova sa dá do Bábovkova dostať troma rôznymi cestami. Z Bábovkova sa da do Cibuľkova dostať 4 rôznymi cestami. Z Cibuľkova do Drábska sa dá dostať dvoma cestami. Koľkými rôznymi cestami sa dá dostať z Adamova do Drábska, ak chceme ísť po rade do Bábovkova a Cibuľkova?

9. V elfskej reči majú veľa zaujímavých slov. Napríklad anafrarig. Čísla 56, 105, 28, 63, 49 sú anafrarig. Čísla 100, 18, 65, 9, 76 nie sú anafrarig. Iba dve z čísel 14, 16, 57, 24, 70 sú anafrarig. Čo je to anafrarig?

10. Elfka Adriana má tri prekrásne meče. Jeden má dĺžku 100cm, druhý má dĺžku 120cm a tretí má dĺžku 150cm. Raz si Adriana chcela kúpiť ďalší meč, bol krásny. Mal mať 130cm. Lenže ona potulným obchodníkom neverí a chcela si to sama overiť, no nemala žiadne meradlo. Ako pomocou svojich troch mečov odmeria 130cm?

11. Za 10 minút jedna elfská veverička spapá 12 malých orieškov. Koľko orieškov by spapalo za 15 minút osem elfských veveričiek?

12. Tomáš behá 4-krát rýchlejšie ako Fero kráča. Fero skončil písomku o 14:00 a ide pešo domov. Tomáš skončil písomku o 14:12 a bežal za Ferom. O koľkej dobehne Tomáš Fera?

26. Najmenej im to bude trvať, ak budú vždy na panvici dve hrianky. Potrebujú každú opieť z dvoch strán, teda potrebujú opiecť 10 strán hrianok. Vždy opeču dve naraz, teda na 5 pečení to teoreticky zvládnu. To je spolu $5 \cdot 5 = 25$ minút. A ako to urobia? Dve hrianky pečú z jednej strany, potom z druhej strany, to je spoli 10 minút. Potom ďalšie dve z jednej strany. Potom jednu z nich z druhej strany a poslednú hrianku z prvej strany. Potom druhú z nich z druhej strany a poslednú hrianku z druhej strany. Spolu je to 25 minút.

27. Jucham nemá rád vegetariánske ani ananásové jedlo a ani jarné, lebo začína na J. Teda si urobil brokolicové jedlo. Agara nemá rada jarné jedlo, ani ananásové, lebo začina na A a vieme, že si neurobila ani brokolicové jedlo, lebo to si už urobil Jucham. Teda si spravila vegetariánske jedlo. Biara si nemohla urobiť ani brokolicové ani vegetariánske jedlo, lebo to už si spravili jej kamaráti a vieme, že nemá rada ananásove, teda si musela spraviť jarné jedlo a teda Virak si spravil ananásové jedlo.

28. Vieme, že číslo, ktoré je deliteľné štyrmi, je aj párne. To znamená, že číslo, ktoré dáva po delení štyrmi zvyšok 1, musí byť nepárne. Piatimi je číslo deliteľné vtedy, keď sa končí na nulu alebo pätku. To znamená, že aby číslo dávalo zvyšok 1 po delení piatimi, musí sa končiť na cifru 1 alebo 6. Z predchádzajúceho ale vieme, že číslo spĺňajúce podmienky zo zadania musí byť nepárne, čiže musí mať tvar 3A1 (číslo 400 zjavne podmienky zadania nespĺňa, tak nás nebude zaujímať). Keď si vypíšeme všetky čísla medzi 301 a 400, ktoré dávajú zvyšok 1 po delení deviatimi zistíme, že jediné z nich, ktoré sa končí jednotkou je 341. A toto číslo zjavne spĺňa všetky podmienky zo zadania, čiže Jarka má 341 motýľov.

29. Zo 679 zvyškov sviečok vyrobíme presne, bezo zvyšku, 97 nových sviečok. Keď tieto spotrebujeme, vieme z nich vyrobiť 13 nových sviečok a zostane nám 6 zvyškov. Keď všetky tieto sviečky zhoria, budeme mať 19 zvyškov, z ktorých vyrobíme dve nové sviečky a 5 zvyškov nám zostane. Po zhorení dvoch sviečok nám zostane práve 7 zvyškov, z ktorých vyrobíme poslednú novú sviečku. Z jedného zvyšku už nevieme vyrobiť nič, čiže sme celkovo vyrobili $97 + 13 + 2 + 1 = 113$ sviečok.

pri každom z týchto 12 spôsobov si vieme vybrať jednu z dvoch ciest do Drábska. Teda do Drábska sa dá dostať $2 \cdot 12 = 24$ rôznymi spôsobmi.

20. Máme sčítance X a Y, podľa zadania $X+Y = 115$. 30% z Y, čo je $0.3 \cdot Y$, má byť o 24 menšie ako X, čo sa dá zapísať ako $0,3 \cdot Y + 24 = X$. Tento vzťah dosadíme do prvej rovnice a dostávame $0,3 \cdot Y + 24 + Y = 115$. Úpravami dostaneme riešenie, $Y = \frac{91}{1.3} = 70$. A už iba dorátame druhého sčítanca, $X = 115 - Y = 45$.

21. prababička má dvoch rodičov, štyroch starých rodičov a ôsmych prastarých rodičov. Takisto pradeduško. A Janka má dvoch rodičov, štyroch starých rodičov a ôsmych prastarých rodičov. Teda osem prastarých rodičov má osem prastarých rodičov, teda odpoveď je $8 \cdot 8 = 64$.

22. Sú to čísla 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 45, 46, 47, 48, 49, 56, 57, 58, 59, 67, 68, 69, 78, 79 a 89. Teda je ich 36.

23. Keď jeden mravcožrút zožerie 3 mravce za 6 minút, potom jeden mravcožrút zožerie za 4 minúty 2 mravce. A z toho vyplýva, že $6 = 3 \cdot 2$ mravcov za 4 minúty zožerú $3 \cdot 1 = 3$ mravcožrúty.

24. Janka s Aničkou sa stretnú o 15 dní od ich stretnutia, potom zase o 30 dní.... Katka chodí do obchodu každý sdruhý deň. Teda po 30 dňoch sa stretnú znova všetky tri. A ktorý deň v týždni to je? Stretli sa v pondelok, o 7 dní bol ďalší pondelok... o 28 dní bol tiež pondelok a ešte chýbajú dva. Teda odpoveďou je streda.

25. Vezmime si vždy dvojicu "kroky dopredu a kroky dozadu". Janko spravil jeden krok dopredu a dva dozadu. To je akokeby spravil jeden krok dozadu. Takisto keď Janko spravil tri kroky dopredu a štyri kroky dozadu, to je znova akokeby urobil len jeden krok dozadu... a tak ďalej. Teda za každú takúto dvojicu krokov sa vlastne posunie Janko akokeby o jeden krok dozadu. Dvojíc je 200, teda Miškovi stačilo ísť len 200 krokov dozadu a bude na Jankovom mieste.

13. Aký je súčet všetkých cifier od 1 do 100? (Nie samotných čísel, ale ich cifier.)

14. Číslo 115 rozložte na dva sčítance tak, aby jeden bol o 24 väčší ako 30 druhého sčítanca.

15. Doplň rovnaké čísla za rovnaké písmená tak, aby platilo:

$$A – B = B$$

$$B \cdot C = A$$

$$D : B = E$$

$$C \cdot C = E$$

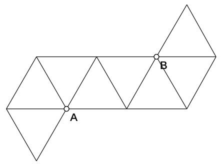
$$C + E = A$$

16. Pan Hĺbavy mal krasne kyvadlové hodiny, ktore však z času na čas zabudol natiahnuť. Doma pritom nemal, žiadne ine hodiny, či hodinky, ani radio, ani televizor, ani telefon , ani ine zariadenie, pomocou ktoreho by vedel stanoviť presnyčas. Raz, keď jeho krasne hodiny opäť zastali, odišiel na navštevu k panovi Tvrdoňovi, zostal u neho cely večer a keď sa vratil domov, tak hodiny spravne nastavil. Ako to dokazal?

17. Rozdeľte štvorec na 6 menších štvorcov (nemusia byť rovnaké).

18. Elf Adam kúpil 5 rôznych pohľadníc. Chce ich poslať 5 rôznym kamarátom. Koľkými spôsobmi ich môže poslať kamarátom, aby každý kamarát dostal práve jednu pohľadnicu?

19. Koľko vrcholov, hrán a stien má teleso, ktorého sieť je nakreslená na obrázku?



20. Aký uhol zvierajú hodiny(ručičkové) keď je pol dvanástej?

21. Betka sa vybrala navštíviť kamarátku Simonu a domov sa vrátila po rovnakej ceste. Vždy keď šla do kopca, išla rýchlosťou 2km/h, dolu kopcom 6km/h a po rovnej ceste 3km/h. Ak celkovo kráčala 6 hodín, koľko km nachodila?

22. Štyria muži stroskotali na ostrove. Nemali žiadne jedlo a tak sa vybrali zbierať kokosové orechy. Po zbere boli veľmi unavení a preto všetci zaspali. Po chvíli sa jeden muž zobudil a keďže bol hladný, zjedol 1/3 kokosových orechov – viac ako férovo určenú štvrtinu. Potom zaspal. Neskôr sa zobudil druhý muž a zjedol tretinu zo zvyšných kokosových orechov. Tretí muž urobil to isté. Keď sa zobudil štvrtý muž, zjedol toľko, koľko naozaj mal zo zvyšných kokosových orechov. Ostalo 6 kokosových orechov. Koľko kusov nazbierali všetci muži spolu?

23. Aké je najmenšie číslo, okrem nuly, skladajúce sa len z 1 a 0 deliteľné 225?

24. Ferko dostal za ulohu vyrobit firemné logo, ake vidíte na obrázku. Vieme, že body A, B, C, D ležia všetky na jednej priamke a platí AB = BC = CD = 10 cm a že všetky čiary na obrázku su polkružnice. Aká je plocha vyfarbenej časti?

- $175 \cdot 3$ mincí: nejaká minca by musela mať hodnotu menšiu ako cent, keďže chceme zaplatiť 1,75 Eura 525 mincami.
- 25 skupín mincí: Každá skupina musí mať celkovú hodnotu 7 centov. Tento obnos sa ale dá poskladať len $5c + 2c$ alebo $5c + 1c + 1c$ (alebo z viacerých mincí), čo nikdy nie sú 3 rôzne druhy centových mincí.
- 7 skupín mincí: Každá skupina musí mať celkovú hodnotu 25 centov. Tento obsa sa ale dá poskladať ako $20c+5c$, $10c+10c+5c$ alebo použitím viacerých mincí, čo nikdy nie sú 3 rôzne druhy centových mincí.
- 5 skupín minci: Každá skupina musí mať clekovú hodnotu 35 centov, čo sa dá poskladať ako $20c + 10c + 5c$.

16. Keď mu zastali hodiny išiel k pánovi Tvrdošovi, tam si pozrel ako dlho mu trvala cesta z domu na návštevu. Keď odchádzal, pozrel si u pána Tvrdoša presný čas a potom iba pričítal čas, čo mu trvá cesta medzi domom pána TvrdoHa a jeho domom a vedel si na svojich hodinách nastavie presný čas.

17. Najjednoduchšie je vypísať si možnosti podľa určitého systému. Označime si pesničky 1, 2, 3 a 4. A vypíšeme všetky možnosti usporiadania týchto štyroch čísel: 1234, 41243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321 Teda možností je 24.

18. V najhoršom prípade vyberie Janko 5 zelených, jednu žltú a 3 červené glulički. Smoliar Janko takto vyberie 9 guličiek, ale keď už vyberie k týmto deviatim dve, tak sú určite modré. Teda Jankovi stačí vybrať 11 guličiek, aby vybral aspoň 2 modré guľôčky.

19. Z Adamova do Bábkova sa vieme dosať troma rôznymi cestami. Hocikторou z nich pôjdeme, do Cibuľkova sa môžeme vydať 4 rôznymi cestami. Takže existuje $3 \cdot 4 = 12$ spôsobov ako prísť do Cibuľkova. A

$$MCC$$
$$MCCZ$$
$$CCCC$$
$$CCCZ$$

Je to spolu 8 možností, teda aj keby Julka mala úplnú smolu, pri ôsmych pokusoch sa musi určite trafiť. Keby mala len 7 pokusov a zároveň úplnú smolu, tak by ešte nemala dosť pokusov na uhádnutie. Julka musí dostať najmenej osem pokusov.

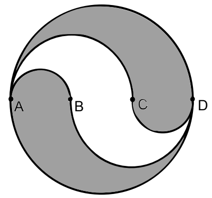
$\boxed{13.}$ Správnym riešením je najprv naplniť 5 litrovú nádobu, preliať do 8 litrovej. Potom znova naplniť 5 litrovú nádobu a preliať do 8 litrovej, čo sa zmestí. Zmestia sa tam 3 litre, takže v 5 litrovej ostanú 2 litre. 8 litrovú nádobu vylejeme a z 5 litrovej nádoby prelejeme 2 litre do trojlitrovej nádoby. Tento postup zopakujeme ešte raz, teda: Naplníme 5 litrovú nádobu, prelejeme do 8 litrovej, znova naplníme 5 litrovú nádobu, prelejeme do 8 litrovej, čo sa zmestí. V 5 litrovej nádobe nám ostali 2 litre. K nim prelejeme 2 litre z trojlitrovej nádoby a máme v 5 litrovej nádobe 4 litre.

$\boxed{14.}$ Povedzme si, že Fero kráča nejakou rýchlosťou vkm/min a Tomáš ho dobehne po t minútach po to, ako o 14:12 vybehne. Tomáš aj Fero musia zjavne prejsť rovnakú vzdialenosť. Podľa fyzikálneho vzorca $v = s \cdot t$ teda platí rovnica:

$$\begin{aligned} v \cdot t_1 + v \cdot t &= 4 \cdot v \cdot t \\ 12v + vt &= 4vt \\ 12 &= 4t - t \\ t &= 4min \end{aligned}$$

Tomáš dobehne Fera za 4 minúty.

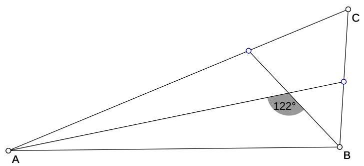
$\boxed{15.}$ Mohla som použiť buď 175, 25, 7 alebo 5 skupín mincí (skupina mincí je súčet hodnôt troch použitých typov centov) – inak by som dostala periodický obnos peňazí na zaplatenie centami. Rozoberme všetky možnosti:



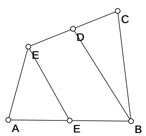
$\boxed{25.}$ Vracal sa raz sedliak z jarmoku domov. Tu stretol neznameho starčeka, s ktorym sa dal do reči. Starček si pozorne prezrel sedliaka a vravi: „Vidim, že ideš z jarmoku a obchod si mal dobry. Ak chceš, ukažem ti v lese zazračny butľavy strom, ktory ma taku moc, že zdvojnasobuje peniaze do neho vložene. Stači vložiť do stromu mešec s peniazmi a napočitať do desať. Peniaze v mešci sa ti zdvojnasobia.“ „Rad by som to vyskušal “žiadostivo povedal sedliak. „Prečo nie, ale musiš mi to zaplatiť tak, že po každom zdvojnasobeni mi daš 8 dukatov. “Sedliak s podmienkou suhlasil a starček ho zaviedol hlboko do lesa. Dlho bludili, až nakoniec našli staru butľavu vŕbu. Sedliak vložil mešec do vŕby a počital do desať. Potom vytiahol mešec a otvoril ho. Cely prekvapeny uvidel, že peniaze sa naozaj zdvojnasobili. Odpočital z nich starčekovi sľubenych 8 dukatov a poprosil ho, či by mohol dať mešec ešte raz do stromu. Starček s tym suhlasil pod podmienkou, že zasa dostane 8 dukatov. Sedliak teda znovu vložil mešec do stromu a počital do desať. Potom ho vybral a vidi, že peniaze v mešci sa znovu zdvojnasobili. Po druhykrat teda odpočital starčekovi dohodnutych 8 dukatov. Sedliak vložil mešec do vŕby ešte tretikrat a peniaze sa znovu zdvojnasobili. Keď však sedliak zaplatil starčekovi dohodnutu odmenu, nezostal mu v mešci ani dukat. A pretože už nemal čo zdvojnasobiť, pobral sa s prazdnym mešcom domov. Vedeli by ste povedať, koľko mal sedliak v mešci dukatov skor, ako stretol starčeka?

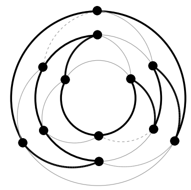
26. Zo 45 sudov vína je 9 plných, 9 plných do troch štvrtín, 9 do polovice, 9 do jednej štvrtiny a 9 prázdnych. Päť dedičov si má všetko rozdeliť tak, aby každý dostal rovnaký počet súdkov a rovnaké množstvo vína a predsa sa víno neprelievalo a každý mal najmenej jeden z každého druhu súdku, ale žiadni dvaja nemali rovnaký počet každého druhu súdku. Ako sa podelia?

27. Vypočítaj veľkosť uhla ACB, ak vieš, že o_1 je je os uhla CAB a o_2 je os uhla ABC.



28. Bod E je stred úsečky AB a bod F je stred úsečky CD. Dokážte, že obsah EBFD sa rovná polovici obsahu štvoruholníka ABCD.





9. Rozrezal tortu dvoma na seba kolmými rezmi na štyri štvrť kruhy a potom ju rozrezal ešte vodorovne, aby získal dvakrát toľko kúskov.

10. Ak na každého psa majú pripadať dve ovce, to znamená, že musí mať troch psov. Ak na každú ovcu majú pripadať tri kravy, to znamená, že kráv je trikrát viac ako kráv. Teda kráv je 18. Elf si chce kúpiť teda $3 + 6 + 18 = 27$ zvierat.

11.

Hovorme najprv len o prvých dvoch vetách. O nich je celkom zjavné, že si protirečia, čiže ak je ľubovoľná z nich pravdivá, druhá musí byť nepravdivá. Inak povedané, práve jedna z nich je vždy pravdivá. Pri druhých troch vetách môžu byť dve možnosti – ak je veta 3 pravdivá, tak je pravdivá aj štvrtá a 5-ta je nepravdivá (čiže spolu sú pravdivé práve 3 vety zo všetkých). Ak je veta 3 nepravdivá, tak je nepravdivá aj štvrtá a piata je pravdivá, čo dohromady dáva len 2 pravdivé vety. Čiže maximálne môžu byť 3 vety z piatich zadaných pravdivé zároveň.

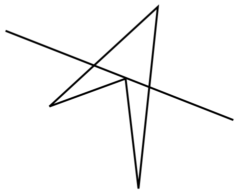
12. Nina môže mať v ruke takúto štvoricu guličiek:

$$MMMC$$

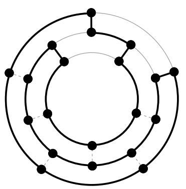
$$MMMZ$$

$$MMCC$$

$$MMCZ$$



8. Riešenie je napríklad takéto:



29. Veľká nádrž sladkej vody má dva typy vypúšťania – malými a veľkými trubkami. Šesť veľkých trubiek vypustí nádrž za 12 hodín, 3 veľké a 9 malých spolu za 8 hodín. Za koľko nádrž vypustia 4 malé trubky?

30. Marek bol vynimočne dieťa – jeho znamky z matematiky tomu plne nasvedčovali. Na štyroch testoch v tomto školskom roku boli jeho body z možnych 100 všetky dvojciferne čisla vytvorene z osmich nenulovych cifier. A dokonca priemer tychto bodov je rovnaky ako priemer obratenych bodov (napriklad 94 sa obrati na 49) a tento priemer je take čislo, že žiadna z jeho čislic sa nerovna čisliciam Marekovych bodov. Aky je Marekov priemer?

Riešenia pre piatakov

1. Vidíme, že písmenká a, b a c budú mať rovnakú hodnotu. Teda písmenko b môžeme zameniť za písmenko a, takisto písmenko c môžeme zameniť za písmenko a. Teda dostaneme rovnicu:

$$4 \cdot a + 3 \cdot a + 5 \cdot a = 36$$

Spočítame, koľko máme písmenok a vľavo:

$$12 \cdot a = 36$$

Teda 12 písmenok a sa rovná 36. Teda jedno písmenko a sa bude rovnať 12. Odpoveďou teda je, že písmenka a, b, aj c sa budú rovnať číslu 12.

2. Keby elf Izidor vybral len dve ponožky, môže sa stať, že vyberie napríklad jednu modrú a jednu sivú. Keby vybral len tri ponožky, tak sa môže stať, že vyberie jednu modrú, jednu sivú a jednu čiernu ponožku. Čo sa stane, keby vybral štyri ponožky? Má len 3 rôzne farby ponožiek, teda aj keby vybral najprv z každej farby jednu ponožku, štvrtú

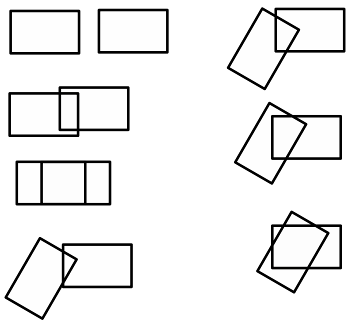
ponožku, nech je hociktorej farby, vie spárovať s nejakou s predchádzajúcich troch. Teda Izidorovi stačí vybrať štyri ponožky a s určitosťou vie, že tam budú dve rovnakej farby.

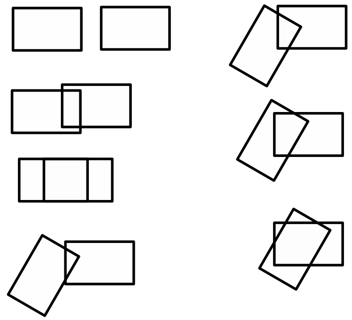
3. Janke dal 14 dukátov, ostalo mu 14 dukátov. Sedem dukátov dal Adamovi, ostalo mu sedem dukátov, ktoré dal Amálke. Teda Amálke dal sedem dukátov.

4. Adriana najprv vezme metrový meč a nadloží ho 150-centimetrovým mečom. Takto nameria 250cm. Teraz vezme 120-centimetrový meč a priloží ho v opačnom smere. Tá časť 250 centimetrov, kam už nedočiahol 120-centimetrový meč meria práve $250 - 120 = 130$ centimetrov.

5. Anafrarig je deliteľnosť sedmičkou.

6. Prienik môže mať tvar trojuholníka, štvoruholníka, päťuholníka alebo šesťuholníka. Pozrite si obrázok:





7. Elfka nakreslila takýto štvoruholník. Všimnite si, že štvoruholník je nekonvexný:

$\boxed{2.}$ Keby elf Izidor vybral len dve ponožky, môže sa stať, že vyberie napríklad jednu modrú a jednu sivú. Keby vybral len tri ponožky, tak sa môže stať, že vyberie jednu modrú, jednu sivú a jednu čiernu ponožku. Čo sa stane, keby vybral štyri ponožky? Má len 3 rôzne farby ponožiek, teda aj keby vybral najprv z každej farby jednu ponožku, štvrtú ponožku, nech je hociktorej farby, vie spárovať s nejakou s predchádzajúcich troch. Teda Izidorovi stačí vybrať štyri ponožky a s určitosťou vie, že tam budú dve rovnakej farby.

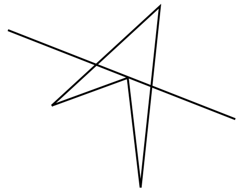
$\boxed{3.}$ Janke dal 14 dukátov, ostalo mu 14 dukátov. Sedem dukátov dal Adamovi, ostalo mu sedem dukátov, ktoré dal Amálke. Teda Amálke dal sedem dukátov.

$\boxed{4.}$ Adriana najprv vezme metrový meč a nadloží ho 150-centimetrovým mečom. Takto nameria 250cm. Teraz vezme 120-centimetrový meč a priloží ho v opačnom smere. Tá časť 250 centimetrov, kam už nedočiahol 120-centimetrový meč meria práve $250 - 120 = 130$ centimetrov.

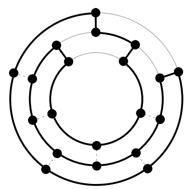
$\boxed{5.}$ Anafrarig je deliteľnosť sedmičkou.

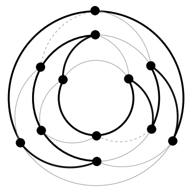
$\boxed{6.}$ Prienik môže mať tvar trojuholníka, štvoruholníka, päťuholníka alebo šesťuholníka. Pozrite si obrázok:

$\boxed{7.}$ Elfka nakreslila takýto štvoruholník. Všimnite si, že štvoruholník je nekonvexný:



$\boxed{8.}$ Riešenie je napríklad takéto:





$\boxed{9.}$ Rozrezal tortu dvoma na seba kolmými rezmi na štyri štvrť kruhy a potom ju rozrezal ešte vodorovne, aby získal dvakrát toľko kúskov.

$\boxed{10.}$ Ak na každého psa majú pripadať dve ovce, to znamená, že musí mať troch psov. Ak na každú ovcu majú pripadať tri kravy, to znamená, že kráv je trikrát viac ako kráv. Teda kráv je 18. Elf si chce kúpiť teda $3 + 6 + 18 = 27$ zvierat.

$\boxed{11.}$

Hovorme najprv len o prvých dvoch vetách. O nich je celkom zjavné, že si protirečia, čiže ak je ľubovoľná z nich pravdivá, druhá musí byť nepravdivá. Inak povedané, práve jedna z nich je vždy pravdivá. Pri druhých troch vetách môžu byť dve možnosti – ak je veta 3 pravdivá, tak je pravdivá aj štvrtá a 5-ta je nepravdivá (čiže spolu sú pravdivé práve 3 vety zo všetkých). Ak je veta 3 nepravdivá, tak je nepravdivá aj štvrtá a piata je pravdivá, čo dohromady dáva len 2 pravdivé vety. Čiže maximálne môžu byť 3 vety z piatich zadaných pravdivé zároveň.

$\boxed{12.}$ Nina môže mať v ruke takúto štvoricu guličiek:

$$MMMC$$

$$MMMZ$$

$$MMCC$$

$$MMCZ$$

čok a zostane nám 6 zvyškov. Keď všetky tieto sviečky zhoria, budeme mať 19 zvyškov, z ktorých vyrobíme dve nové sviečky a 5 zvyškov nám zostane. Po zhorení dvoch sviečok nám zostane práve 7 zvyškov, z ktorých vyrobíme poslednú novú sviečku. Z jedného zvyšku už nevieme vyrobiť nič, čiže sme celkovo vyrobili $97 + 13 + 2 + 1 = 113$ sviečok.

$\boxed{28.}$ Vidíme, že číslo musí byť párne, teda na konci bude 2 alebo 4. Takisto číslo, ktoré hľadáme musí po delení 4 dávať zvyšok 0. Vieme, že stačí, aby sme sa pozreli na posledné dve cifry, či sú deliteľné 4 a ak sú, tak je aj celé číslo deliteľné 4 (na cifry na mieste stoviek a tisícok sa nemusíme pozerať samostatne, pretože čísla, ktoré majú na posledných dvoch miestach 0 sú určite deliteľné 4, lebo sú delitelné 100 a $100 = 4 \cdot 25$). Jediné take dve cifry, ktoré môžu byť na posledných dvoch miestach sú 12. A teraz máme už len dve možnosti: 3412 alebo 4312. Správnym riešením je číslo 4312.

$\boxed{29.}$ Vieme, že ak k číslu, ktoré je deliteľné x pripočítame, číslo, ktoré je deliteľné x, tak aj súčet bude deliteľný x. Na tomto základe vieme povedať, že číslo je deliteľne 9, 8 aj 7. Jediné také trojciferné číslo je $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.

$\boxed{30.}$ prababička má dvoch rodičov, štyroch starých rodičov a ôsmych prastarých rodičov. Takisto pradeduško. A Janka má dvoch rodičov, štyroch starých rodičov a ôsmych prastarých rodičov. Teda osem prastarých rodičov má osem prastarých rodičov, teda odpoveď je $8 \cdot 8 = 64$.

Riešenia pre šiestakov

$\boxed{1.}$ Vieme, že ak k číslu, ktoré je deliteľné x pripočítame, číslo, ktoré je deliteľné x, tak aj súčet bude deliteľný x. Na tomto základe vieme povedať, že číslo je deliteľne 9, 8 aj 7. Jediné také trojciferné číslo je $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.

krok dozadu. Takisto keď Janko spravil tri kroky dopredu a štyri kroky dozadu, to je znova akokeby urobil len jeden krok dozadu… a tak ďalej. Teda za každú takúto dvojicu krokov sa vlastne posunie Janko akokeby o jeden krok dozadu. Dvojíc je 200, teda Miškovi stačilo ísť len 200 krokov dozadu a bude na Jankovom mieste.

$\boxed{24.}$ Najmenej im to bude trvať, ak budú vždy na panvici dve hrianky. Potrebujú každú opieť z dvoch strán, teda potrebujú opiecť 10 strán hrianok. Vždy opečú dve naraz, teda na 5 pečení to teoreticky zvládnu. To je spolu $5 \cdot 5 = 25$ minút. A ako to urobia? Dve hrianky pečú z jednej strany, potom z druhej strany, to je spoli 10 minút. Potom ďalšie dve z jednej strany. Potom jednu z nich z druhej strany a poslednú hrianku z prvej strany. Potom druhú z nich z druhej strany a poslednú hrianku z druhej strany. Spolu je to 25 minút.

$\boxed{25.}$ Jucham nemá rád vegetariánske ani ananásové jedlo a ani jarné, lebo začína na J. Teda si urobil brokolicové jedlo. Agara nemá rada jarné jedlo, ani ananásové, lebo začina na A a vieme, že si neurobila ani brokolicové jedlo, lebo to si už urobil Jucham. Teda si spravila vegetariánske jedlo. Biara si nemohla urobiť ani brokolicové ani vegetariánske jedlo, lebo to už si spravili jej kamaráti a vieme, že nemá rada ananásove, teda si musela spraviť jarné jedlo a teda Virak si spravil ananásové jedlo.

$\boxed{26.}$ Vieme, že číslo, ktoré je deliteľné štyrmi, je aj párne. To znamená, že číslo, ktoré dáva po delení štyrmi zvyšok 1, musí byť nepárne. Piatimi je číslo deliteľné vtedy, keď sa končí na nulu alebo pätku. To znamená, že aby číslo dávalo zvyšok 1 po delení piatimi, musí sa končiť na cifru 1 alebo 6. Z predchádzajúceho ale vieme, že číslo spĺňajúce podmienky zo zadania musí byť nepárne, čiže musí mať tvar 3A1 (číslo 400 zjavne podmienky zadania nespĺňa, tak nás nebude zaujímať). Keď si vypíšeme všetky čísla medzi 301 a 400, ktoré dávajú zvyšok 1 po delení deviatimi zistíme, že jediné z nich, ktoré sa končí jednotkou je 341. A toto číslo zjavne spĺňa všetky podmienky zo zadania, čiže Jarka má 341 motýľov.

$\boxed{27.}$ Zo 679 zvyškov sviečok vyrobíme presne, bezo zvyšku, 97 nových sviečok. Keď tieto spotrebujeme, vieme z nich vyrobiť 13 nových svie-

$$MCCC$$
$$MCCZ$$
$$CCCC$$
$$CCCZ$$

Je to spolu 8 možností, teda aj keby Julka mala úplnú smolu, pri ôsmych pokusoch sa musi určite trafiť. Keby mala len 7 pokusov a zároveň úplnú smolu, tak by ešte nemala dosť pokusov na uhádnutie. Julka musí dostať najmenej osem pokusov.

$\boxed{13.}$ Správnym riešením je najprv naplniť 5 litrovú nádobu, preliať do 8 litrovej. Potom znova naplniť 5 litrovú nádobu a preliať do 8 litrovej, čo sa zmestí. Zmestia sa tam 3 litre, takže v 5 litrovej ostanú 2 litre. 8 litrovú nádobu vylejeme a z 5 litrovej nádoby prelejeme 2 litre do trojlitrovej nádoby. Tento postup zopakujeme ešte raz, teda: Naplníme 5 litrovú nádobu, prelejeme do 8 litrovej, znova naplníme 5 litrovú nádobu, prelejeme do 8 litrovej, čo sa zmestí. V 5 litrovej nádobe nám ostali 2 litre. K nim prelejeme 2 litre z trojlitrovej nádoby a máme v 5 litrovej nádobe 4 litre.

$\boxed{14.}$ Povedzme si, že Fero kráča nejakou rýchlosťou vkm/min a Tomáš ho dobehne po t minútach po to, ako o 14:12 vybehne. Tomáš aj Fero musia zjavne prejsť rovnakú vzdialenosť. Podľa fyzikálneho vzorca $v = s \cdot t$ teda platí rovnica:

$$\begin{aligned} v \cdot t_1 + v \cdot t &= 4 \cdot v \cdot t \\ 12v + vt &= 4vt \\ 12 &= 4t - t \\ t &= 4min \end{aligned}$$

Tomáš dobehne Fera za 4 minúty.

$\boxed{15.}$ Mohla som použiť buď 175, 25, 7 alebo 5 skupín mincí (skupina mincí je súčet hodnôt troch použitých typov centov) – inak by som dostala periodický obnos peňazí na zaplatenie centami. Rozoberme všetky možnosti:

- $175 \cdot 3$ mincí: nejaká minca by musela mať hodnotu menšiu ako cent, keďže chceme zaplatiť 1,75 Eura 525 mincami.

- 25 skupín mincí: Každá skupina musí mať celkovú hodnotu 7 centov. Tento obnos sa ale dá poskladať len $5c + 2c$ alebo $5c + 1c + 1c$ (alebo z viacerých mincí), čo nikdy nie sú 3 rôzne druhy centových mincí.

- 7 skupín mincí: Každá skupina musí mať celkovú hodnotu 25 centov. Tento obsa sa ale dá poskladať ako $20c+5c$, $10c+10c+5c$ alebo použitím viacerých mincí, čo nikdy nie sú 3 rôzne druhy centových mincí.

- 5 skupín minci: Každá skupina musí mať clekovú hodnotu 35 centov, čo sa dá poskladať ako $20c + 10c + 5c$.

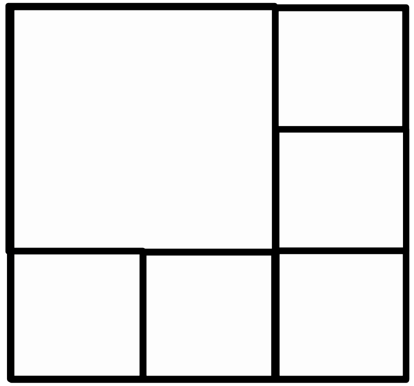
16. Keď mu zastali hodiny išiel k pánovi Tvrdošovi, tam si pozrel ako dlho mu trvala cesta z domu na návštevu. Keď odchádzal, pozrel si u pána Tvrdoša presný čas a potom iba pričítal čas, čo mu trvá cesta medzi domom pána TvrdoHa a jeho domom a vedel si na svojich hodinách nastavie presný čas.

17. Najjednoduchšie je vypísať si možnosti podľa určitého systému. Označime si pesničky 1, 2, 3 a 4. A vypíšeme všetky možnosti usporiadania týchto štyroch čísel: 1234, 41243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321 Teda možností je 24.

18. Nech Paľkova sestra kupovala j jabĺk, každé po p peniažkov. Tým pádom spolu platila $j \cdot p$ peniažkov. Paľko dnes kúpil $4j$ jabĺk po $\frac{p}{2}$ peniažkov. To znamená, že spolu platil $4j \cdot \frac{p}{2} = 2jp$ peniažkov, čo je 2-krát viac, ako jeho sestra platila včera. Čiže Paľko za jablká platil 14,60 elfských peniažkov.

19. Z Adamova do Bábkova sa vieme dosať troma rôznymi cestami. Hociktorou z nich pôjdeme, do Cibuľkova sa môžeme vydať 4 rôznymi cestami. Takže existuje $3 \cdot 4 = 12$ spôsobov ako prísť do Cibuľkova. A pri každom z týchto 12 spôsobov si vieme vybrať jednu z dvoch ciest do Drábska. Teda do Drábska sa dá dostať $2 \cdot 12 = 24$ rôznymi spôsobmi.

20.



21. Keď jeden mravcožrút zožerie 3 mravce za 6 minút, potom jeden mravcožrút zožerie za 4 minúty 2 mravce. A z toho vyplýva, že $6 = 3 \cdot 2$ mravcov za 4 minúty zožerú $3 \cdot 1 = 3$ mravcožrúty.

22. Janka s Aničkou sa stretnú o 15 dní od ich stretnutia, potom zase o 30 dní.... Katka chodí do obchodu každý sdruhý deň. Teda po 30 dňoch sa stretnú znova všetky tri. A ktorý deň v týždni to je? Stretli sa v pondelok, o 7 dní bol ďalší pondelok... o 28 dní bol tiež pondelok a ešte chýbajú dva. Teda odpoveďou je streda.

23. Vezmime si vždy dvojicu "kroky dopredu a kroky dozadu". Janko spravil jeden krok dopredu a dva dozadu. To je akokeby spravil jeden