

Zadania druhého kola letnej série 2003/2004 TERMÍN: 26.4.2004

Naša adresa: Riešky, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

Všetko bolo teda jasné. Alebo žeby nie? Ved' jediné, čo Etiénne vedel bolo, že chce Doreen pomôcť, netušil však, ako. Kým domáci pán usilovne pripravoval večeru, prezerala si jeho milá návšteva byt. V knižnici si všimla knihy a zistila, že sú písané iným písmom ako u nich.

Príhoda č.5: V stredovekom svete majú abecedu s n písmenkami. Platí tam, že slovo dáva zmysel iba ak každé jeho písmeno susedí s písmenom, s ktorým susedí aj v abecede (napr.: *BABC* by bolo zmysluplné slovo v stredovekom svete, ak by abeceda bola *A,B,C,..*). Zisti koľko existuje 2, 3 a 4 písmenových slov (spolu), ak

- a) $n = 10$
- b) $n = 100$

„Čo je tento smiešny papierik?“ opýtala sa.

„Počkaj,“ povedal pán domu a išiel sa pozrieť, o čom Doreen hovorí. „To je vizitka. To dávam klientom, keď chcem, aby na mňa nezabudli.“

Na druhej strane vizitky bol takýto text:

Príhoda č.1: Pás je zložený z 2004 štvorcov. V každom štvorci je jedna číslica. Každá dvojica susedných číslic tvorí dvojciferné číslo, ktoré je násobkom čísla 17 alebo 23. Určte prvú číslicu, ak posledná je 1. Ktoré číslice sa v páse vôbec nevyskytujú?

Z kuchyne sa začal valiť hustý dym. Etiénne vtrhol dnu a po chvíli sa vrátil s čiernou panvicou v ruke. Omeleta vyzerala ako čierny trojuholník.

Príhoda č.6: Daný je ostrouhlý trojuholník *ABC* a vrchol *X* vnútri tohto trojuholníka (nie na stranách). Nech A_1 je obraz bodu *X* v osovej súmernosti podľa *BC*, B_1 v osovej súmernosti podľa *AC* a C_1 podľa *AB*. Koľko vrcholov môže mať prienik trojuholníkov *ABC* a $A_1B_1C_1$? Dokážte, že ak je trojuholník *ABC* pravouhlý, tento prienik musí byť päťuholník.

„Omeleta je ... povedzme hotová,“ povedal vysoký junák s hnedými očami. Ryšavé dievča sa len milo pousmialo: „V tom vašom čase máte čudný spôsob prípravy jedál.“ Etiénne panvicu položil na stôl v obývačke, ktorú používal aj ako jedáleň. Pripravil krásne porcelánové taniere a strieborný príbor. Napriek všetkému tomu dymu bola omeleta výborná. Dievčinka sa do nej pustila s takou chuťou, ako keby týždeň nejedla.

„Mňam! Čo je tá zvláštna slaná chuť? To je ten Rok...Rofk...ako si to nazval?“

„Rokfort, to je syr,“ odpovedal mladý architekt. „Syr sa robí z mlieka. A mlieko dáva krava. Ale to myslím vieš.“

Príhoda č.3: Nahrad'te každé písmeno práve jednou cifrou (rovnaké písmená rovnakou cifrou, rôzne rôznou), tak aby platilo:

$$\begin{array}{r} K R A V A \\ D A V A \\ \hline V E L A \\ M L I E K A \end{array}$$

Stačí jedno riešenie.

Keď sa obaja najedli (Doreen mala ešte jednu porciu), odniesol Etiénne všetok príbor do kuchyne a zvýšil tak hrbu špinavého riadu v dreze.

„A čo teraz?“ opýtala sa dievčinka.

„Mali by sme zistiť, ako sa sem tí chlapi dostali a čo majú za ľubom. Navrhujem, aby sme ich išli sledovať. Myslím si, že sa tu vyznám lepšie ako oni a budeme ich mať stále pod dohľadom.“

„A prečo si myslíš, že sa tu vyznáš lepšie?“

„No, vieš. Toto je celkom veľké mesto, ja som tu vyrastal od malička a poznám všetky štvrte a ... jednoducho viem ako to tu chodí. Oni, ak som to správne pochopil, sú tu dosť stratení ... a okrem iného, je v tomto meste aspoň dvakrát toľko ľudí ako v celom vašom kráľovstve.“

A títo ľudia majú aj vlastné problémy. Napríklad:

Príhoda č.2: Nieкто zjedol koláč pre babičku. Paľo chce zistiť kto a tak spovedá všetkých troch ľudí, ktorí boli v tom čase doma. Pomôžte Paľovi nájsť vinníka, ak viete, že koláč zjedol vinník sám a iba jeden chlapec hovoril pravdu. Tu sú ich výpovede:

Mišo → Ja som to nebol.

aNTI → Pištík to zjedol.

Pištík → aNTI klamal.

Príhoda č.4: Dvaja obchodníci s hydinou priviezli do mesta kuriatka, prvý 64 a druhý 20. Na zaplatenie poplatkov za prenesenie zvieratiek do mesta nemali dostatok hotovosti, a tak zaplatili takto: Prvý 40 korún a 4 kuriatka a druhý 2 kuriatka a 40 korún mu vrátili. Akú cenu má kura a aký je poplatok za jedno kuriatko prenesené do mesta?

„Aha...“ odpovedala stredoveká dievčinka. „Prepáč, ale toto ti neverím,“ pokračovala,

„predsa v jednom meste nemôže žiť naraz 20 tisíc ľudí.“

Etiénne sa len potmehúdsy pousmial. „Ale pred tým všetkým by si sa asi rada osprchovala ... hm, umyla nie? A potom by si si mala ešte oddýchnuť. Vyzeráš úplne zničené.“

Etiénne odviezol návštevu do kúpeľne a vysvetlil jej, ako tam všetko funguje, aký je rozdiel napríklad medzi šampónom a kondicionérom, a tiež jej doniesol čistý, voňavučky uterák. V kúpeľni boli aj rôzne nádoby, s ktorými raz Etiénne musel riešiť jeden problém, s ktorým mu pomáhal jeho priateľ z cudziny.

Prémiová príhoda: Wir haben vier Gefäße mit dem Volumen von 20l, 20l, 5l und 4l. Die beiden großen Gefäße sind voll und die beiden kleinen leer. Nur durch umgießen soll erreicht werden, dass in beiden kleinen Gefäßen 2l Flüssigkeit sind. Auf den Inhalt der großen kommt es nicht an.

Kým bola Doreen v kúpeľni, zavolať Etiénne svojmu priateľovi a spolužiakovi z univerzity, ktorý robil v novinách: „Nazdar Miloš. Potreboval by som od teba drobnú službičku. Áno, aj ja ťa rád počujem. Nie, na stretávke som nebol. Áno, áno, ... nie. Ale kvôli tomu ti nevolám. Vieš, po meste pobejú takí dvaja naozaj zvláštni chlapíci...“ A tak sa dohodli, že sa Miloš pokúsi o tých čudákov zistiť čo najviac a že bude Etiénna o tom priebežne informovať, pretože Etiénne mu raz pomohol vyriešiť tieto dve dôležité úlohy:

Príhoda č.9: Sú dané dve rovnobežné priamky p , s . Na priamke p leží úsečka AB . Rozdeľte úsečku AB na 2 rovnaké časti, ak nemáte k dispozícii žiadne meracie pomôcky, len lineár (dlhé rovné pravítko bez mierky, pomocou ktorého sa nedá narysovať kolmica, ani rovnobežka)!

Príhoda č.8: Mačka a pes naháňajú myšku (označená krúžkom). Pes skáče každý ťah o 3 políčka (3 vodorovne, 3 zvisle alebo kombinovane, napríklad 2 vpravo a 1 hore). Mačka skáče každý ťah o 2 políčka (2 vodorovne, 2 zvisle alebo kombinovane, napríklad 1 vľavo a 1 hore). Myška skáče každý ťah len o 1 políčko (vodorovne alebo zvisle). Skáču v poradí: mačka, pes, myška. Kto skôr chytí myšku, ak sa nechce dať chytiť ani jedným? Je to tak vždy? Prečo? Ich začiatková pozícia je takáto

M				
				●
P				

Keď vyšla Doreen z kúpeľne, vyzerala omnoho krajšie ako predtým. Etiénne mal pocit, že do izby nevstúpilo obyčajné dievča, ale čarovná víla, ktorá sa pri čo i len vydýchnutí rozplynie. Riskol to a zhlboka vydýchol. Nikto však nezmizol. Potom návšteve ukázal, kde sa môže vyspať a sám si ľahol na gauč. Na gauči boli popadané rôzne mince, medzi nimi aj papierik s príkladom:

Príhoda č.7: Myslím si číslo. Zámenou poradia jeho číslic viem vytvoriť 5 ďalších rôznych čísel. Ich súčet aj s pôvodným číslom je 4218. Moja kamarátka si myslí číslo o 5 väčšie a keď k nemu pričíta všetky čísla získané zámenou poradia jeho číslic, dostane 5328. Aké číslo si myslím ja a aké moja kamarátka? Nájdi všetky riešenia!