

Zadania prvého kola zimnej série 2004/2005 TERMÍN: 11.10.2004

Naša adresa: Riešky, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

Pršalo. Hrozivé kvapky dopadali na zem. Blýskalo sa, hrmelo, dážď sa zhusťoval, kvapky boli čoraz väčšie. Všetko čo bolo živé a mohlo utekať sa radšej skrylo. Naozaj to vyzeralo, akoby sa vonku rozpútalo peklo. Ale táto smutná búrka ostávala za oblokmi a v malom domčeku sa šťastne mihotal ohník. Pri ňom sedela mamička obkolesená hlúčikom detí.

"Mami, prečítaj nám rozprávku." prosila malá Zuzka.

"Ale ved' som vám každú knižku prečítala už najmenej stokrát." smutne jej odpovedala mamička.

"Tak si niečo vymysli." ozve sa Jurko.

"No dobre. Tak vám niečo porozprávam. Ale bude to pravdivý príbeh. Kde bolo, tam bolo, bol raz jeden kráľ, ktorý sa volal Jaroslav."

"To je príbeh o našom kráľovi, však?" múdro sa opýtala Zuzka.

"Áno, máš pravdu. Stal sa kráľom, aj keď nemal po svojom boku kráľovnú, lebo si to jeho otec tak želal. Jaroslav vládol rozvážne. Aby vedel, čo ľudia potrebujú, často sa s nimi rozprával a chodil sa pozeráť, ako žijú. A ako to už býva, raz ho upútalo jedno prenádherné dievča. Na druhý deň sám natrhal kvety v kráľovskej záhrade a odniesol jej ich. No keď sa o tom dozvedel jej otec, zakázal jej viac sa s ním stretávať. Hovorieval: 'Panská láska na zajačom chvoste.' "

"Čo tým myslel?" zvedavo sa opýtal Mirko.

"Myslel tým, že keď kráľ stretne bohatú princeznú, na Boženku zabudne a ona bude nešťastná. Ale napriek jeho vôli sa stretávali. Až jedného dňa sa kráľ rozhodol, že si ju vezme za ženu a porozpráva sa s jej otcom. No bolo už neskoro. Keď prišiel k domu, uvidel, že je prázdny. Vtedy vyhlásil do celej krajiny, že dá pol kráľovstva, ak mu niekto nájde Boženku. Každý hľadal, ale nikto ju nenašiel. A odvtedy sa s nikým nerozpráva a krajinu zaňho spravujú zlí radcovia."

"Pivnica je hotová, nezateká. Rozprávala si im o kráľovi? Smutný príbeh. Ak dovoľíš, pôjdem pomôcť vedľa Aničkinej rodine. Vylieva vedrá vody z domu." nečakane sa ozval celý premočený, no usmievavý Janko.

"Samozrejme, synček. Dávaj si pozor." kričala za ním mama, ale on ju už nepočul.

Anička Jankovu pomoc naozaj potrebovala, keďže jej rodičia boli práve preč a ona mala na krku všetkých mladších súrodencov. Veselo ho uvítala a pozvala ďalej. Ale Janko sa nechystal len pomáhať. Sotva prekročil prah domu, spustil:

"Ahoj! Pamätáš, keď sme boli malí a hovorili sme, že raz zachránime kráľovstvo? Ten čas prišiel. Pôjdeme hľadať Boženku! Keď ju nájdeme, kráľ bude šťastný a bude zase vládnuť on a nie zlí radcovia."

"Ale čo s mojimi bratmi a sestrami?"

"Moja mama sa zatiaľ o nich postará. Neboj sa, nebudeme dlho."

"Dobre. Kedy odchádzame?"

"Hneď zajtra. Ráno o siedmej."

Na druhý deň...

"Dobre. Už ideme dobré dve hodiny touto cestou a nič. Keby sme aspoň niekoho stretli." zašomrala Anička.

"Neboj, mojej mame verím. A keď hovorila, že toto je jediná cesta, ktorou nikto nešiel aspoň dvadsať rokov, tak to bude pravda," odpovedal Janko.

"A povedala ti aj to, prečo tadiaľto nikto nechodí?"

"Nie. Asi som sa mal opýtať, však?" previnilo sa opýtal.

"Prečo vlastne ideme práve cez tento hustý les?"

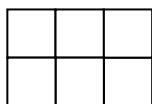
"Lebo miesta, kadiaľ chodia ľudia, iste už niekto prehl'adal..."

"Pozri! Les končí!"

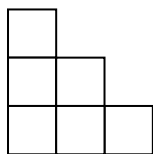
A naozaj, cesta ich vyviedla z lesa medzi obilné polia. A Anička už mala na jazyku prvú otázku.

Prvá Aničkina otázka: Pred sebou majú tri polia. Každé z nich je rozdelené na šesť štvorcových parciel a všetky parcely sú rovnako veľké. Pri poli na obrázku a) je ceduľa s nápisom: "Toto pole má obvod 60 metrov." Aký obvod majú polia na obrázkoch b) a c)?

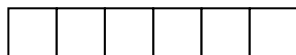
a) 60 m



b)



c)

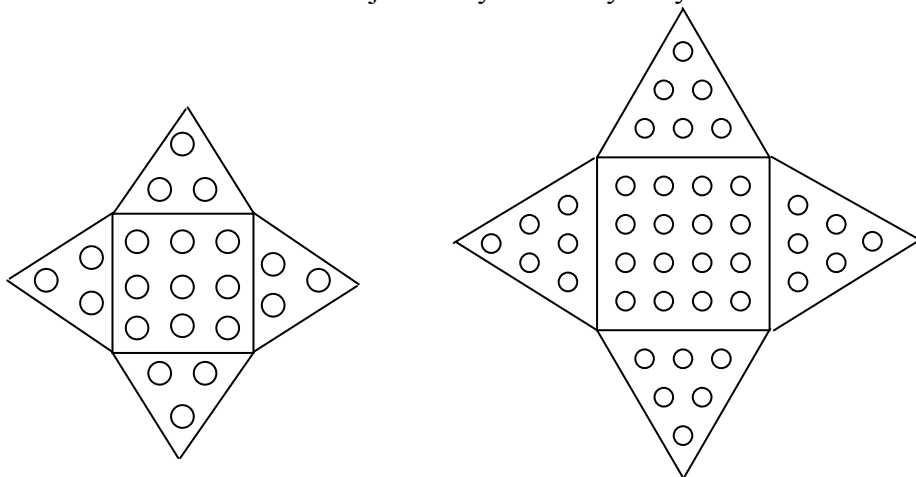


Od polí ich vychodená cestička dovedla priamo ku krásnemu mlynu. "Ten je ale krásny!" povzdychla Anička. "Len keby to tu celé nešpatil ten rozkopaný kus zeme!"

"Tam chcem vysadiť kvety." ozval sa im tesne za chrbtom hlboký hlas. Aničku až myklo od strachu.

"Nebojte sa. Som Alex, mlynár. Ako hovorím, chcem tam vysadiť tieto kvety, ale nie hocijako. Do takéhoto útvaru." ukázal im mlynár plány.

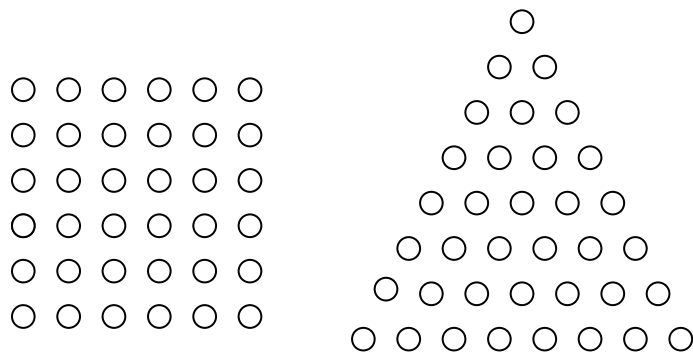
Tretia Aničkina otázka: Mlynárov záhon má mať špeciálny tvar - stred je štvorec a nad každou jeho stranou sú rovnostranné trojuholníky. Príklady takýchto záhonov sú na obrázku (krúžky sú kvety):



Mlynár má 200 kvetov. Koľko kvetov bude mať najväčší možný záhon takéhoto tvaru, ktorý z nich môže vysadiť?

Deviata Aničkina otázka: Anička si spomenula, že má doma tiež vysadiť pekný záhon kvetov a tak sa rozhodla, že keď sa vráti, vysadí ho podobne. Nevedela sa však rozhodnúť, ako presne má vyzerat'. Chcela by, aby mal záhon tvar štvorca, alebo trojuholníka. Keďže sa Anička pozná a vie, že sa ešte dlho nebude vedieť rozhodnúť. Preto sa rozhodla, že teraz naplánuje koľko kvetov bude v záhone. "Musí ich byť toľko, aby sa dali usporiadať do štvorca, aj do obdĺžnika, podľa toho, ako sa neskôr rozhodnem," povedala si. Napríklad mohla vybrať 36 kvetov. Dá sa z nich vysiať štvorcový záhon 6×6 kvetov aj trojuholníkový záhon so stranou 8 kvetov. Záhon ale musí byť čo najväčší, no Anička má len 2000 kvetov. Koľko kvietkov má vybrať a aké veľké záhony sa z nich budú dať vysadiť.

Príklad pre 36 kvetov:



Keďže sa už stmievalo, mlynár im ponúkol, že môžu u neho prespať. Janko a Anička ponuku prijali s potešením. Janko hneď zaspal, ale Aničke sa spať nechcelo, tak si len kreslila. Zrazu sa niečo chcela spýtať Janka, ale uvedomila i, že spí, tak si musela poradiť sama.

Piata Aničkina otázka: Na papieri mala napísané kladné celé čísla. Prvé dve si zvolila náhodne, každé ďalšie číslo bolo súčtom predchádzajúcich dvoch. Ako piate napísala číslo 2004. Aké najväčšie číslo mohla napísať ako prvé? A prečo?

Ráno ich zobudila sladká vôňa. Mlynárova žena, ktorú včera ani nevideli, napiekla vééééľa malých do zlata upečených koláčikov. Keď sa najedli, už chceli odísť, ale nevyhli sa bohatému obdarovaniu týmito pochúťkami. Pred odchodom sa ešte opýtali, či nevedia, kde by mohla byť kráľova Boženka, ale nevedeli. No aj tak z mlyna viedla len jediná cesta, okrem tej po ktorej prišli, tak sa po nej vybrali. O chvíľu prišli do dediny. Videli ako sa tam hrajú malé deti. Všetky okrem jedného, ktoré sedí na schodoch.

“Čo ti je?” opýtala sa Anička keď prišli k nemu.

“Som smutná, lebo ma nezavolali hrať sa s nimi.”

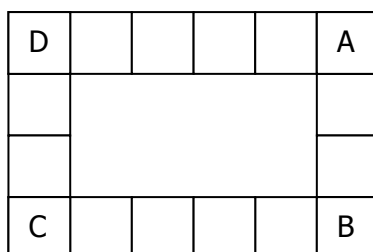
“Tak sa zahráme s tebou my.” navrhol Janko.

“Ale ako?” Opýtala sa Anička.

Siedma Aničkina otázka: Dievčatko bolo zvedavé. Janko jej povedal: “Tu je 11 schodov. Dohodnime sa tak, že každý krát prejdeš hore schodmi iným spôsobom. Musíš dodržať dve pravidlá: 1. zakaždým musíš stúpiť na prvý schod. 2. Z každého schodu môžeš stúpiť buď na nasledujúci, alebo jeden vynecháš a preskočíš hneď na ten ďalší. Za každý spôsob ti dáme jeden koláčik.” Koľko koláčikov dostane dievčatko?

Dievčatko sa poďakovalo a za odmenu im dalo drevenú kocku. Bola trochu zodratá, ale Anička sa vynašla a nakreslila si na ňu čísla. Teda teraz to bola úplne normálna hracia kocka. Zastavili sa, že sa trochu poobzerajú po okolí. Ale Anička si len sadla a začala sa hrať s kockou a s papierom. A Janko chcel utiecť, čo najďalej, lebo vedel čo bude nasledovať. No už bolo neskoro.

Šiesta Aničkina otázka: Anička si preklápa hraciu kocku po obdĺžnikovom páse (pozri obrázok) v smere $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$. Štvorce na pláne sú rovnako veľké ako stena kocky. Na začiatku kocku postavila na štvorec A tak, aby na hornej stene bola šestka. Na ktorej stene kocky (hornej, dolnej, prednej, zadnej, pravej či ľavej?) bude šestka v okamihu, keď sa kocka po stý krát vráti na štvorec A,

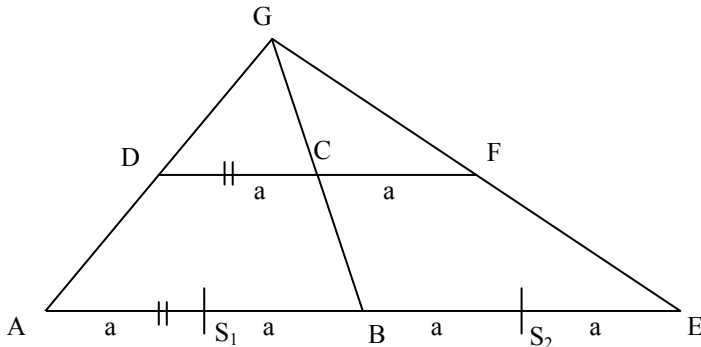


kde začínala? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť!

Po tejto prestávke sa rozhodli, že pôjdu ďalej. Musia zistiť niečo o Boženke. Možno tu niečo vedia? Ale ku komu ísť? Spýtali sa teda jedného pána, či počul o Boženke. Povedal, že nie, ale, že by mohol o nej niečo vedieť pán Emil. Tak ešte po niekoľkých vypytovaniach sa dozvedeli, kde pán Emil býva. Keď ho vyrušili práve čítal jednu knihu. Podľa neho zaujímavú. Povedal, že im niečo o Boženke povie, ak vyriešia jeden príklad."

"Aký?" opýtala sa Anička.

Ôsma Aničkina otázka: Zistite, aký obsah má trojuholník AEG, ak viete, že obsah lichobežníka ABCD je 27 cm^2 a úsečky AS_1 , S_1B , BS_2 , S_2E , DC a CF majú všetky rovnakú dĺžku.



Samozrejme, že to Janko a Anička vypočítali.

"Teraz ste dokázali, že vám to môžem prezradiť. Boženka s otcom prechádzali touto dedinou, ale nikto o tom nesmel vedieť. Musel som rešpektovať pranie jej otca. Nechcel mi prezradiť kam idú, ale Boženka mi to povedala..."

„A kam teda išli?“ opýtal sa netrepežlivo Janko.

„No práve. Bolo to už dávno ja si už nie som istý. Nebuďte však smutní. Mám to totiž zapísané v denníku a ten mám pekne odložený v tejto truhličke,“ povedal ujo Emil a ukázal na malú železnú truhličku. Truhlička mala na sebe ciferník, ktorý slúžil ako zámok. Ak sa na ciferníku nastavilo to správne číslo, truhlička sa otvorila a vydala svoje tajomstvá. Problém je však v tom, že Emil si nepamätal, aké bolo to správne číslo.

Druhá Aničkina otázka: Anička na truhličke našla malý ošúchaný nápis:

Koľkými rôznymi spôsobmi možno doplniť cifry na chýbajúce miesta do nasledujúcej rovnosti, aby bola správna?

$$77_ + 2_ = 998$$

Janko príklad vyriešil a zistené číslo nastavil na ciferníku. Zámok cvakol a truhlička sa otvorila. V nej našli starý papier a na ňom stálo napísané:

„Boženka s kráľom chcu ísť cez drevenú cestu, ponad žilu zeme, ktorá najbližšie je k mestu.“

„To je jasné, išli za riekou, ktorá je najbližšie k mestu!“ vykrikoval Janko a aj s Aničkou sa chystali odísť.

„Počkajte. Tu máte na cestu pár drobných,“ pán Emil im hodil mešec.

„Ďakujeme. A do videnia,“ pozdravili sa a odišli.

„Dobre. Dozvedeli sme sa, že išli za riekou. Ale kde je riekka???“ pýta sa Janko Aničky.

„Neviem. Je tma. Mali by sme si nájsť vhodné miesto na spanie. Od dediny sme už ďaleko. Pod! Tu to vyzerá dobre.“

Keď sa utáborili, dohodli sa, že vždy jeden bude strážiť. Ako prvá strážila Anička.

„Keďže nič nevyzeralo na to, že by sa chystalo strašiť, Anička sa začala hrať s mincami. Vysypala ich no s nimi sa vysypal aj papierik. A s ním sa vynorila aj ďalšia Aničkina otázka.“

Štvrtá Aničkina otázka: V mešci bolo 5 mincí. Vyzerajú síce rovnako, no na papieriku bolo napísané, že tri sú pravé a dve falošné. Všetky pravé mince vážia rovnako. Takisto obe falošné mince vážia rovnako. Váhy falošnej a pravej mince sa líšia, nevie sa však, či je pravá minca ľahšia alebo ťažšia ako falošná. Anička chce nájsť aspoň jednu mincu, o ktorej by si bola istá, že je pravá. Môže použiť dvojramenné miskové váhy. Ako ju môže nájsť na čo najmenej vážení?



Príklad síce vyriešila, no pravú mincu nenašla, lebo dvojramenné váhy so sebou nemala. Tak sa rozhodla, že ide intenzívne strážiť. Janko ešte dlho rozmýšľal nad tou riekou, až zaspal. Snívalo sa mu, že bol princ...

Prémiová (Jankova) otázka: Za dalekými horami a hlubokými lesy žil kráľ, ktorý měl tři syny. Když vyrostli, poslal je do světa na zkušenou. Každému dal pytlík dukátů a jednoho sluhu jako doprovod. Na cestu jim dal dobrou radu: „Zlatáky utrácejte pomalu a opatrně. Jsou kulaté a rychle se rozkutálejí. Máte s sebou tři sluhy. Dejte si pozor, aby vás nikdy nebylo pohromadě méně než kolik s vámi bude sluhů. Rychle byste o peníze přišli.“ Synové se rady pamatovali a řídili se podle nich. Jednou ale dorazili k řece, přes kterou nevedl žádný most ani přívoz. Jen náhodnou objevili lodičku, která však byla tak malá, že se do ní najedou vešli jenom dva lidé. Museli tedy vyřešit hádanku: Jak se dostat na druhou stranu řeky, aby na žádném břehu řeky nezůstalo nikdy víc sluhů než princů?

Ale to už ho Anička zobudila, že je ráno a prespal celú noc. Hanbil sa, že celú noc musela strážiť Anička. No rýchlo ho to prešlo keď po dlhej chôdzi zastali a uvideli riekou...

Ďakujeme za podporu:

