

Zadania druhého kola letnej série 2006/2007 TERMÍN: 23. apríl 2007

Naša adresa: Riešky, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

Ophelos sa postavil, osušil si nohy, obul sa a pozrel smerom k moru. Slnko zapadalo a jeho dotyky hladkali čajky po krídlach. Tie od radosti škriekali, vrhali sa nižšie a znova stúpali.

Aj Ophelos mal radosť, ešte nikdy sa necítil tak, že k niekomu patrí. Chrysantos ho naučil viac, ako všetci pseudo-učenci v jeho meste. Učil aj iných, ale on s ním bol celé dni. Keďže o deň minuli nákladnú loď, ktorá ich mala odviezť, museli čakať. Ako tak rozmýšľal, pozrel sa na starca a začal robiť to isté čo on. Uvoľnil sa a vychutnával si slnko, slnečné lúče dopadávali na jeho mladú tvár, rovnako ako na zvráskavenú tvár starca. Bolo by príjemné ostať tu až do západu slnka, pomyslel si Ophelos.

Z jeho snívania ho vyrušila niečia ruka na jeho pleci. Chrysantos vstal tak potichu a pomaly, že si to Ophelos všimol až keď sa ho dotýkal. „Pod, musíme už ísť.“

Príklad č.3:

A (okrem GAMČE): Ophelos a Chrysantos išli spoločne domov. Ophelos sa spýtal: „Koľko je hodín?“ „Viem, ale nepoviem ti,“ odpovedal mu Chrysantos. Po chvíli sa zvedavý Ophelos pýta znovu: „Ale no tak, koľko je hodín?“ „Veď si sa ma pýtal pred ôsmimi minútami,“ vraví Chrysantos, „ale keď to tak veľmi chceš vedieť, tak ti prezradím, že pri zaokrúhľovaní na štvrt'hodiny bolo pred 8 minútami štvrt' a teraz je už pol ôsmej.“ Ophelos sa na okamih zamyslel, potom vyhlásil: „Ale z týchto údajov neviem zistiť, koľko je teraz hodín. Viem len povedať, aký najväčší čas môže teraz byť.“ Chrysantos mu odpovedá: „Máš pravdu. Tak ti ešte poviem, že ten prvý čas je menší alebo rovný, ako najväčší čas, ktorý vieš, že môže byť teraz zmenšený o 15 min.“

Viete zistiť, koľko bolo práve hodín? A koľko bolo vtedy, keď sa Ophelos pýtal prvýkrát? (pričom 1. aj 2. čas majú celočíselný počet minút, ich rozhovor bol zanedbateľne krátky).

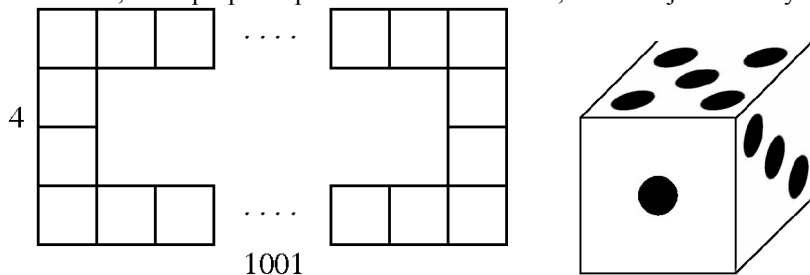
B (pre GAMČU): Ophelos a Chrysantos išli spoločne domov. Ophelos sa spýtal: „Koľko je hodín?“ „Viem, ale nepoviem ti,“ odpovedal mu Chrysantos. Po chvíli sa zvedavý Ophelos pýta znovu: „Ale no tak, koľko je hodín?“ „Veď si sa ma pýtal pred ôsmimi minútami,“ vraví Chrysantos, „ale keď to tak veľmi chceš vedieť, tak ti prezradím, že pri zaokrúhľovaní na štvrt'hodiny bolo pred 8 minútami štvrt' a teraz je už pol ôsmej. Zároveň ti ešte poviem, že keby si od toho času, keď si sa prvýkrát pýtal koľko je hodín (= pred ôsmimi minútami) odrátal osem minút, tak po zaokrúhľovaní na štvrt'hodiny by si už nezaokrúhľoval na štvrt' na osem. Z tohto sa už dá zistiť, koľko je hodín.“

Viete zistiť, koľko bolo práve hodín? A koľko bolo vtedy, keď sa Ophelos pýtal prvýkrát? (pričom 1. aj 2. čas majú celočíselný počet minút, ich rozhovor bol zanedbateľne krátky).

Keď konečne došli domov, už na nich čakal „zákazník“, jeden z boháčov, ktorí sa chceli nechať učiť, samozrejme za štedrú odmenu. Stretávali sa u Chrysantosa najmä preto, že nechcel aby ostatní rozprávali o tom, ako sa chodieval učiť. Chrysantos sa teda venoval pánovi stredného veku, ktorý zjavne patril k veľmi vysokej vrstve a Ophelos si zatiaľ ľahol.

Keď sa zobudil, pán bol ešte stále u nich a riešili jeden zaujímavý problém.

Príklad č.4: V ľavom hornom rohu “okruhu” s rozmermi 1001x4 štvorcíkov postavil Chrysantos bežnú šesťstennú kocku (ako na obrázku) - na protiľahlých stranách sú čísla 1-6, 2-5, 3-4. Kocka zaberá práve jedno políčko. Chce ňou prejsť celý tento okruh v smere hodinových ručičiek tak, že ju budeme preklápať vždy pozdĺž jednej hrany. Ale pritom chce, aby súčet 2007 čísel, ktoré pri preklápaní budú na kocke hore, bol čo najmenší. Aký najmenší súčet môže docieľiť?



Po tom, čo „zákazník“ odišiel, vyšli si ešte na chvíľu do mesta. Keď boli v okolí chrámu, dobehli ich dvaja muži, zjavne stavbári. Boli celí zablatení a mali hrubé prsty a silné ruky, ktoré určite namáhali poctivo celý deň. „Prosím vás Chrysantos, nemohli by ste nám pomôcť? Stratili sme plán stavby, máme síce poznámky architekta, ale ten nám už nepomôže. Je to stavba na jeho počesť, včera sme ho pochovali.“ „Rád vám pomôžem, ak to dokážeme, však Ophelos.“ Ten len neprítomne prikývol a nasledoval Chrysantosa.

Príklad č.9: Na papieri sú nakreslené priamky p , q a bod T . Zostrojte rovnoramenný trojuholník ABC tak, aby T bolo jeho ťažiskom a bod A ležal na priamke p a bod B ležal na priamke q , ak ešte viete, že uhol ATB je 160° a AB je rameno trojuholníka ABC . Popíšte postup konštrukcie.

„Ešte pôjdeme na návštevu ku môjmu priateľovi z domobrany.“ Našli ho v zbrojnici, kde práve robili inventár.

Prémiový príklad: Во магазинот за оружје пред една година имало 100 комплети оклопи. Со текот на времето се изгубиле, исчезнале или украде некои делови од комплетите. Недостасувале 70 мечови, 75 шлемови, 80 панцирни еледи, и 85 штитници за колената. Затоа на некоју од комплетите мора да му недостасуваат сите четири дела. Ако е така колку најмалку така оштетени комплети може да има.

Keď dokreslili plán, už zapadlo slnko a tak sa pobrali domov. Zajtra konečne odídu za Eusebiom a tak sa musia poriadne vyspať. Ráno si zbalili všetky veci a vyrazili do prístavu. Cestou stretli kapitána lode celého natešeného a ten im s radosťou vysvetlil prečo je taký veselý....

Príklad č.5: Na meranie dĺžky sa v celom Grécku používala rovnaká miera dlhá presne tri stopy. Túto mieru si môžete predstaviť ako paličku, na ktorej sú dve značky. Jedna označuje dĺžku 1 stopy, druhá označuje dĺžku 2 stôp. Jeden koniec paličky predstavuje nulu a druhý koniec tri stopy. Keď chce niekto odmerať napríklad 5 stôp lana, najskôr priloží mieru jeden raz k lanu (takže odmeria 3 stopy) a potom mieru priloží ešte raz a lano odreže pri značke označujúcej 2 stopy. Kapitán si chcel od kupca kúpiť 20 stôp lana. Tento kupec však používal falošnú mieru. Z jedného konca (bližšie k značke označujúcej 2 stopy) odrezal dĺžku 3 palcov. Keď kupec skrátenu mierou odmeral 20 stôp zo 100 stôp dlhého lana, kapitán hovorí: "Rozmyslel som si to, zoberiem si zvyšných 80 stôp.“ Koľko platil kapitán? Koľko by mal za kus lana, ktorý si odnášal z trhu správne zaplatiť (čiže ak by sme ten kus lana premerali správnou mierou a vypočítali jeho cenu, koľko by to bolo)?

100 stôp lana stojí 2 drachmy . Jedna stopa má 12 palcov.

Ophelos sa pobavil na múdrom kapitánovi a hneď sa prestal báť cesty na lodi.

V lodi, na jeho veľké prekvapenie, sedeli na luxusných drevených stoličkách, ktoré prevážali na ostrov Redeios, kam smerujú aj Chrysantos s Ophelom. Stoličky vyrábali v jednej dielni, ktorú Ophelos poznal a tak o nej rozprával Chrysantosovi.

Príklad č.6: Stolárska dielňa je vybavená 10 dlátami, 6 hoblíkmi a 18 nožmi. Na výrobu luxusnej stoličky treba 10 minút práce s dlátom, 5 s hoblíkom a 5 s nožom. Na výrobu zdobeného stola 5 minút s dlátom, 5 minút s hoblíkom a 20 minút s nožom. Tieto činnosti sa dajú robiť na jednom kuse nábytku zároveň! Cena stoličky je 10 drachiem a stola 20 drachiem. Koľko stolov a stoličiek má vyrobiť dielňa za hodinu, aby mala najväčší zisk a koľko to bude?

Lod' sa pohupovala v pomalom rytme a posádka pomaly zaspávala. Ophelos však stále nevedel zaspáť, tušil niečo zlé vo vzduchu. Bola mu zima a na tvári mal studený pot, nevedel čo sa deje a tak vstal a išiel sa prejsť na palubu. Ako sa pozeral na mesiac a dýchal čerstvý vzduch začul bubnovanie. Keď sa obzrel, videl jeden lampáš rýchlo blížiaci sa k nim.

Rozbehol sa povedať to kormidelníkovi, no cestou stretol kapitána a tak mu ukázal, čo si všimol.

„PIRÁÁÁTI!!!!!! VSTÁVAŤ!!!! NA POZÍCIE!!! PIRÁÁÁÁÁÁTI!“

Celá loď ožila, každý hľadal svoje meče, dýky, a niektorí začali zapalovať šípy. Nehodlali sa vzdať, radšej by zomreli, ako by mali byť okradnutí. Preto si ich najímali bohatí zákazníci. Všetci prešli vojenským výcvikom a boli krvilační, nebáli sa ničoho okrem toho, že sa potopia.

„Ak raz zomriem, tak chcem zomrieť v boji!“ „Mám plán!“ vyhlásil chlapec. „Poskrývame sa a budeme sa tváriť, že ich nevidíme a všetci spia....“ „NIE!! SI SPROSTÝ, CHCEŠ ABY NÁS POBILI??“ začali hučať chlapi. „Prekvapíme ich!“ vyhlásil. „Na dve záchranné loďky nasadnú najprv na každú piati chlapi a dovezú sa za pirátsku loď. Vylezú po hákoch, kým piráti budú nastupovať na našu loď, potichu sa zbavia kormidelníka a akonáhle sa začne boj, napadnete ich zozadu. Štyria budete mať luky a ostatní ťažké zbrane. A ja idem tiež! Budem mať za úlohu zabrániť, aby neutiekli. Chceli nás okradnúť, tak my okradneme ich!“ Chrysantos síce protestoval proti tomu, aby jeho učeň išiel prepadnúť pirátov, no keď sa dozvedel, že keď bol 8-ročný ukradol diamant z paláca jedného boháča plného sluhov a strážcov bez zastihnutia, povolil to. „Ale opováž sa nechať zabiť!“

Všetko išlo podľa plánu, na loď sa dostali nepozorovane. Ophelos sa potichu rozbehol, skočil na kormidelníka a jediným úderom ho kyjačikom omráčil. Muži pochvalne zamrmlali a pokračovali ďalej. Keď začuli poplašný zvon z ich lode, bolo cítiť to napätie v nich, svaly sa im triasli a zbrane pevne zvierali v rukách. Keď sa rozľahol zvuk boja a všetci piráti spozorneli, pripravení zastúpiť padlého spolubojovníka, chlapi sa rozbehli a s obrovským mávnutím rozmetali svojimi sekerami celý rad pirátov. Kým si tí stihli uvedomiť, čo sa deje, už boli za tretím radom, ktorý celý ležal polomŕtvy v kalužiach krvi. Medzi pirátmi nastal zmätok a nikto netušil, čo sa deje. Niektorí sa vzdali, odhodili zbrane a zdvihli ruky, no iní, bojovnejší, sa otočili smerom k vlastnej lodi a snažili sa vrátiť. Ophelos si všimol, že piráti nebudú mať šancu vrátiť sa na loď a tak šiel ustriechnuť, či sa nejaký záškodník nesnaží zapáliť ich loď, alebo pozabíjať väzňov. Teda skôr otrokyne. Piráti väzňov nemávali, lebo ženy boli v domácich prácach lepšie ako muži a neboli dosť silné, aby ich pobili.

Pomaly sa plížil chodbou a načúval za každým rohom. Na stole v jednej miestnosti našiel mapu. Teraz bolo preňho oveľa jednoduchšie orientovať sa.

Príklad č.8:

A (okrem GAMČE): Systém chodieb v podpalubí mal tvar štvorcovej siete. Z mapy sa dalo vyčítať, že v každom mrežovom bode je umiestnená jedna miestnosť. 5 z týchto miestností (mrežových bodov) bolo na mape označených. Ukážte, že medzi týmito miestnosťami vieme nájsť dve také, že úsečka, ktorú tvoria bude prechádzať cez aspoň jednu miestnosť (čiže cez nejaký mrežový bod).

B (pre GAMČU): Systém chodieb v podpalubí mal tvar štvorcovej siete. Z mapy sa dalo vyčítať, že v každom mrežovom bode je umiestnená jedna miestnosť. Zvoľme si ľubovoľný n -uholník, ktorý má všetky vnútorné uhly menšie ako 180° a jeho vrcholy sú miestnosťami tejto štvorcovej siete (čiže jeho vrcholy ležia v mrežových bodoch). Ukážte, že pre všetky takéto n -uholníky s $n > 4$ existuje miestnosť (čiže mrežový bod), ktorá leží vo vnútri tohto n -uholníka, alebo na jeho obvode.

... na štvrtej chodbe začul hlasy, boli to ženy. Jedna mala blond vlasy vypnuté do vysokého konského chvosta, aj keď to bolo dosť neúčtivé označenie pre dokonalý cop, ktorý hrdo niesla na svojej hlave. Mala ostré črty, zjavne vyrástla v tvrdých podmienkach, lebo ruky mala silné a zodraté, ako keby celé dni len veslovala. Druhá mala krátke čierne vrkoče zapletené tak, že väčšina vlasov bola nezapletená. Jej tvár bola jemná, ale oči mala neuveriteľne silné, boli zelené s prímiesou hnedej a bolo v nich cítiť voľnosť, ktorú potrebuje. Ako sa pozrela na Ophelosu cítil, že sa do neho niečo zabodlo. Blondína si ho najprv nevšimla, ale keď čiernovláska zastala, zdvihla hlavu a zamračila sa. „Chlapčiatko, čo tu robíš?“

Ophelos nesmel a prekvapený otázkou zašepkal: „Prišiel som vás oslobodiť. Piráti sú už pobití alebo zajatí. Ste voľné!“ v poslednej vete zdvihol hlas, skoro až kričal, no ony sa len zasmiali „Ha a ty si myslíš, že by nás tu nechali voľne pobeňovať!“ zručila naňho blondína. „Nechaj to dieťa,“ pokojne prehovorila čiernovláska, „aj tak sme sa ich chceli zbaviť, tak keď to urobili za nás, mali by sme im byť vďačné.“ Odhnrula si vlasy, čo jej padli do tváre a usmiala sa. „A to ty si ich všetkých pobil?“ „Nie, ja som nebojoval, iba kormidelníka som omráčil, mal som to zakázané od Chrysantosa, teda môjho učiteľa. Ale prepadnúť ich bol môj plán!“ chválil sa mládenec, ktorý sa zrazu chcel zapáčiť tmavovláske. „Prepáčte, že som sa nepredstavil. Volám sa Ophelos. Pochádzam z Korintu a cestujem na ostrov Redeios, za priateľom môjho učiteľa.“ „Óóó, aký slušný chlapec. Ja som Airlea,“ zasmiala sa, „a toto je Alkippe, moja priateľka a ochrankyňa.“ Alkippe až teraz zastrčila dýku, ktorú si Ophelos vôbec nevšimol. „Tak, už by sme mali oslobodiť vaše slúžky, kráľovná.“ „KRÁĽOVNÁ?? Vy ste kráľovná?“ „Psst chlapče, začni to vykrikovať a bude to posledné, čo budeš kričať!“ stvrdla Airlea. „A ty si tiež dávaj pozor na jazyk, lebo nepotrebujem, aby si sa kvôli mne musela nechať rozsekať.“ „Tak pod'te, pozývam vás na loď, aby ste sa porozprávali s kapitánom.“ „Ďakujeme. Tvoje pozvanie prijímame. Aj tak by nebolo rozumné oslobodiť slúžky bez vedomia veliteľa, ktorý nás vlastne zachránil.“ Ophelos ich zaviedol na palubu ich lode, kde sa práve rozprávali so zajatými pirátmi.

Príklad č.2: Štyria piráti Andreas, Bakchos, Chryses a Diodoros zbierajú každý iný poklad- zlato, striebro, jedlo, bronz. Každý z nich používa na boj iný nástroj (sekeru, mlat, cvičeného psa a dýky). Vieme o nich ešte toto :

- Ten, čo zbiera bronz, nepoužíva sekeru ani mlat
- Ten, čo zbiera jedlo používa dýky
- Andreas ani Diodoros nezbiera jedlo
- Bakchos používa mlat a nezbiera striebro
- Andreas sa bojí zvierať, teda nenarába s cvičeným psom.

Kto používa cvičeného psa?

Kapitán ich poslal do kajuty a kým naňho čakali, Airlea sa ponúkla, že Ophelosovi vyveští z karát.

Príklad č.1: Airlea má niekoľko kartičiek a na nich tieto čísla: 11, 7, 1, 33, 71, 81, 336 a 1012.

Priaznivosť osudu sa určuje veľkosťou čísel. Najpriaznivejší osud je s najväčším číslom a najmenej priaznivý s najmenším. Aký najpriaznivejší a najnepriaznivejší osud (čiže aké najmenšie a najväčšie číslo) dokáže vytvoriť tak, že všetky tieto kartičky uloží v nejakom poradí za seba?

Po chvíli to prestalo Ophela baviť a tak sa začali rozprávať o detstve.

Príklad č.7: Na jeho ulici žilo osem detí. Jedného dňa išli na výlet a zobrali si so sebou jabĺčka:

Arealos a Beatrice ich mali dokopy 42,

Beatrice a Chrystianos 19,

Chrystianos a Danimea 12,

Danimea a Emanuel 16,

Emanuel a Fedaos 28,

Fedaos a Gydea 12,

a Gydea s Haanake mali spolu 17 jabĺk.

Koľko jabĺk mala Beatrice?

Pýtal sa, odkiaľ pochádzajú a kde všade boli. Vypytoval sa a jeho otázky nemali konca.....