



# RIEŠKY

9. ročník – zimná séria  
1.kolo

matematický  
korešpondenčný  
seminár

Ahojte, starí aj noví Rieškari☺

Opäť sa raz začal školský rok. Ak držíš tieto papiere, čo si vravia Riešky, prvýkrát, tak sa určite pýtaš, čo to vlastne je??? Tramtadadaa tu... odpoveď je veľmi zložitá. Človek, čo nepozná Riešky, by povedal, že je to obyčajný matematický korešpondenčný seminár. Ale ten, čo Riešky pozná, by mu to vyhovoril. Podľa mňa Riešky nie sú len nejaký obyčajný matematický korešpondenčný seminár, ale to o sebe netvrdí žiaden seminár☺. (uf, koľko negácie, snád' to chápeš☺). Keby si listoval/a ďalej, tak nájdeš príbeh s príkladíkmi, ktoré sú hlavnou časťou a keď za ne budeš mať nejaké bodíky a tých bodíkov bude dostatočne veľa, tak odmenou je sústredenie.(pozri pravidlá). Ale prečo sú Riešky iné? Pod názvom Riešky sú ukrytí skvelí ľudia: vedúci, ktorí Ti budú Tvoje poslané riešenia kontrolovať a bodovať, ale tiež aj riešitelia, na ktorých sa môžeš tešiť na sústredku, pokiaľ budeš v boji oň úspešný/á. No snád' som predstavila Riešky dostatočne...

Inak ja mám ešte stále v živej pamäti moje prázdninky. Jaaaj, boli super☺. Ale najsamhlboko sa mi zaryl do pamäte tábor Riešok a western. Ale už je po ňom a práve držíš v rukách zadania prvého kola Riešok. A teraz čítaš úvod, ale určite len tak zbežne a chceš sa prepracovať k niečomu hlavnému, ak tu vôbec niečo také je☺. Jasné, že je, ale nemôžem to dať na začiatok☺. A čo je také dôležité? Chcem Ťa upozorniť na to, aby si si prečítal/a **PRAVIDLÁ**, lebo **sa zmenili**. Takže bacha☺.

A teraz, aby som zachovala tradičnú náplň úvodu...počasie☺. Môžeme sa pýšiť podľa mňa mimoriadne teplým septembrom, čo je super, lebo sa dá robiť mrte (= veľa, mnoho, neobyčajne hojný počet) vecí: hranie na gitarkách alebo frisbee, či hocičo iné a slniečko na Teba môže pozerat'☺. Tá veta Ťa mala vyzvať robiť čo najviac vecí vonku....to len tak, ak by sa minula účelu, tak to je vysvetlenie☺.

Myslím, že bolo dost' kecania, hor sa do riešenia☺.

Vaša Halucinka☺

✂-----Prihláška-----

Meno a priezvisko:

Trieda:

Adresa domov a PSČ:

Adresa do školy a PSČ:

Telefón (aj predvoľba):

Dátum narodenia:

E-mail:

# Zadania prvého kola zimnej série 2006/2007 TERMÍN: 23.10.2006

**Naša adresa:** Riešky, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

Decká, veríte na zázraky? Ved' viete, napríklad: keď nenásytný vlk zje Červenú čiapočku aj s jej babičkou, následne sa tam objaví ujo horár, rozpára vlkovi brucho a vyslobodí odtiaľ Čiapočku i babičku, obe živé a zdravé. Alebo, keď smutná Popoluška túžiaca ísť na bál roztvorí oriešok a nájde v ňom nádherné plesové šaty aj s črievičkami... ved' to určite poznáte. Tak, veríte? Že už nie?

Ani Bianka neverila. Bola už piatačkou a z rozprávok predsa dávno vyrástla. Veľmi dobre vedela, že v skutočnosti by sa Čiapočka do vlkovho brucha nezmestila a keby aj, nemali by tam s babičkou dost' kyslíka na dýchanie. A čo sa týka Popolušky, orechy, v ktorých by sa urodili plesové šaty predsa tiež neexistujú. To je známa vec. Takéto zázraky sa jednoducho nedejú.

Tohto si bola Bianka vedomá aj v okamihu, keď spolu so svojou kamarátkou Tamarou a ostatnými spolužiakmi vchádzali do dverí galérie. Bol štvrtok a ich triedna učiteľka si povedala, že urobí školákom radosť a namiesto učenia sa, vezme ich do galérie. V tých dňoch sa tam totiž konala zaujímavá výstava – Svet rozprávok.

Bianka bola rada, že nemusí sedieť v škole, no o výstave si aj tak myslela svoje: „Prečo tam musíme stráviť toľko času?! Ved' je to aj tak všetko vymyslené...“ sťažovala sa kamarátke Tamare. Tá mala na vec iný názor: „Ale Bianka, naozaj to môže byť celkom zaujímavé. Ja sa, náhodou, teším.“ „No, ved' uvidíme,“ ukončila napokon diskusiu Bianka, pretože práve prechádzali okolo triednej a nechceli, aby vedela, o čom sa rozprávajú. Radšej sa teda pripojili k skupine svojich spolužiakov, ktorí zanietene diskutovali o nedávnej písomke z matematiky. Jeden z nich, Dávid, držal dokonca v ruke papier, horlivo ním mával a sťažoval sa, aké hlúpe chyby v písomke spravil.

**Príklad č.3:** Dávid totiž pri sčítaní vždy zabudne pri prechode cez desiatku pripočítať jednotku. Teda to je napríklad  $213+96=209$ . Rovnakú chybu robí aj pri odčítavaní. Teda  $567-171=496$ . V písomke mu vyšiel súčet dvoch čísel 5819.

**A (okrem GAMČE):** Emil, ktorý počítá správne, si zobral Dávidov výsledok a urobil skúšku správnosti. Vyšlo mu číslo 2843. Aký príklad Dávid počítal a aký súčet mu mal správne vyjsť?

**B (pre GAMČU):** Dávid urobil skúšku správnosti a vyšlo mu číslo 2843. Aký príklad Dávid počítal a aký súčet mu mal správne vyjsť?

(Skúška správnosti sa pri sčítaní robí tak, že od výsledku treba odpočítať jeden zo sčítancov. A ak sme počítali správne, tak výsledkom má byť druhý zo sčítancov.)

Vošli dovnútra. Výstava sa konala v niekoľkých obrovských miestnostiach. Každá z nich bola venovaná inej rozprávke. V jednotlivých sálach boli na stenách rozvešané obrazy znázorňujúce rôzne výjavy, z tej-ktorej rozprávky. Pod nimi ležali na malých podstavcoch knižky s úryvkami z týchto príbehov. Návštevník si tak pod každou maľbou mohol vždy presne prečítať, ktorá časť rozprávky je na obraze namaľovaná.

Prvá miestnosť bola venovaná rozprávke o starom farmárovi. Na obrazoch bol namaľovaný jeho domček, obklopený mnohými pastvinami a poliami. V priloženej knižke si návštevníci mohli prečítať o príhodách z jeho života. Najzaujímavejšia bola táto:

**Príklad č.8:** Starý farmár sa rozhodol, že všetok svoj majetok – stádo oviec – rozdelí medzi svoje deti. Najprv rozdelil stádo na dve časti v pomere 1:3. Menšiu z nich dal prvorodenému, väčšiu opäť rozdelil v tom istom pomere. Z nových častí menšiu pridelil druhorodenému, väčšiu znovu rozdelil v pomere 1:3. Takto pokračoval, až kým každý z jeho synov nedostal svoj diel a zostávajúcu časť potom daroval svojej jedinej dcére.

**A (okrem GAMČE):** Koľko oviec dostalo každé z detí, ak viete, že farmár mal štyroch synov a jednu dcéru. V stáde bolo viac ako 500 a menej ako 600 oviec.

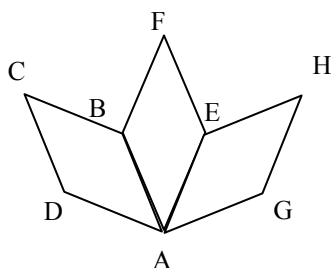
**B (pre GAMČU):** Zistite, koľko mal farmár synov, ak len jeden z nich dostal viac oviec, ako jeho dcéra.

Bianka s Tamarou sa držali pohromade a spoločne prechádzali miestnosťami. V sále venovanej rozprávke Tri oriešky pre Popolušku sa Tamara okamžite rozbehla k obrazu znázorňujúcemu Popolušku, ako vyberá nádherné hodvábné šaty z orieška. Pri Červenej čiapočke zas zostala stáť ako prikovaná a takmer vystrašene pozerala na

pažravého vlka. Aj ostatné rozprávky priam prežívala. Zanietene komentovala konanie postáv, ospevovala odvahu hlavných hrdinov, odsudzovala podlé správanie zlých bosoriek a donekonečna sa rozplývala nad každým šťastným koncom.

Bianka Tamarino nadšenie nezdielala. Len poslušne nasledovala kamarátku z jednej sály do druhej a v tichosti si prezerala jednotlivé maľby. Výstava sa jej celkom páčila. Musela uznať, že bola zaujímavo spracovaná. No nemohla si pomôcť, stále myslela na to, že sú to všetko aj tak len nereálne veci, výmysly niečej fantázie, ktoré, navyše, už dávno poznala od slova do slova. Skôr než samotné príbehy ju miestami zaujalo niečo iné. Chodila na výtvarnú, a tak, prirodzene, hodnotila aj profesionálnu stránku výstavy. Obrazy maľoval nejaký súčasný maliar a ten si dal záležať i na orámovaní svojich diel – po obvode boli často namaľované rôzne ornamente a práve tie si Bianka zvedavo prezerala. Upútal ju takýto. Začala nad ním premýšľať aj po matematickej stránke:

**Príklad č.:7:** Určte veľkosť uhla, ktorý zvierajú priamky DC a GH. Uhol DAG má veľkosť  $120^\circ$  a štvoruholníky ABCD, AEFB, AGHE sú zhodné kosoštvorce.



Potom však vošli do ďalšej miestnosti. Ako v predchádzajúcich miestnostiach, aj tu bolo na stenách niekoľko obrazov, no nebolo hneď jasné, o akú rozprávku ide. Bianku upútal najväčší z obrazov. Podišla k nemu, aby si ho lepšie prezrela. V popredí bol namaľovaný chlapec, tak jedenásť-dvanásťročný. Šibalsky sa usmieval, akoby bol práve niečo vyparil a pravou rukou si pri tom naprával klobúk. Vykúkalo spod neho zopár krátkych blond'avých kučier a dve jasnobelasé jastrabie oči. Akoby sa nimi díval priamo na Bianku... Za chlapcom boli ďalej vyobrazené pevné kamenné hradby s bránou uprostred a nad nimi sa na samom vrchu plátna majestátne vynímal obrovský čierny zámok. Pôsobil dosť pochmúrne, až z toho Bianke začal behať mráz po chrbte, a tak sa radšej od obrazu odvrátila. Zaujímavé. Túto rozprávku nepozná...

„Tamara, o čom je tento príbeh?“ spýtala sa spolužiačky. Tá prestala hľadiť na akéhosi trpaslíka a takmer káravo odpovedala: „Čože? Bianka, ty nepoznáš rozprávku o odvážnom Martinovi?!“ Bianka zavrtela hlavou. „Ach, tak ale v tom prípade by si si to určite mala prečítať,“ pokračovala Tamara a veľavýznamne kamarátku poučovala: „Podľa mňa by to mal každý poznať. Je to naozaj celkom dobré... zlý Černokňažník zakľáje celé kráľovstvo. Ľudia strašne trpia a nevedia si pomôcť až pokiaľ sa neobjaví Martin, ktorý vie, že Černokňažníka môže premôcť iba zlatou ružou. A tak sa ju rozhodne získať...je to však veľmi nebezpečné, celá rodina od toho Martina odhovára... a že ich je naozaj veľa...“

**Príklad č.6:** Najmladší v rodine je Miško. Má dvoch bratrancov - Martina a Daniela. Každý z chlapcov ( aj Miško ) má jednu sestru. Dievčatá sa volajú Zuzka, Janka, Katka. Daniel sa raz rozprával so svojim bratrancom Martinom, ktorý je od neho starší. Daniel: „Zuzka je moja najmladšia sesternica.“ Na to mu Martin hovorí: „Moja najmladšia sesternica je Katka.“ Zuzka ešte k tomu pridala: „Všetci moji bratrance sú odo mňa starší.“ Viete zistiť, kto je či súrodenec? Zoraďte všetky deti podľa veku, keď ešte viete, že dvaja najstarší sú chlapci.

Bianka však už Tamaru veľmi nepočúvala. Podišla bližšie k podstavcu, na ktorom tak ako pri všetkých ostatných obrazoch stála knižka s úryvkom z príbehu a ešte raz sa zahľadela na chlapca v klobúku a zámok. Atmosféra na obraze vyzerala naozaj napäto, všetko pôsobilo pochmúrne a smutno. Zakliaty zámok sa mračil na okolitý svet, doslova doň vlieval chlad a hrôzu a človek mal až pocit, že svojimi štíhlymi vežičkami siahajúcimi až po horný okraj obrazu škodoradostne sleduje všetko dianie naokolo. Ešteže bol na obraze namaľovaný aj usmiaty Martin, ktorého spokojný výraz tváre Bianku uistoval, že v rozprávke napokon všetko dobre dopadne.

Stála tam a pozerala sa naňho a blond'avý chlapec z obrazu zas hľadel na ňu. Bianka si nepamätala, koľko času ubehlo, keď sa jej zrazu zazdalo, že Martin žmurkol.

„Čo to...“ zajachala Bianka, nespúšťajúc pritom zrak z plátna. Odprisahala by, že Martin sa teraz pozeral priamo na ňu. Ústa sa mu stále smiali, no jeho oči pôsobili akosi vystrašene a úpenlivo hľadeli na Bianku, akoby jej chceli čosi povedať.

„Tamara, pod' sem,“ zavolala Bianka na kamarátku, no Tamara si ju nevšimala. „A tak teda získal zlatú ružu, no ešte sa s ňou musel dostať do zámku a premôcť tam Černokňažníka,“ rozprávala si príbeh Tamara a bolo jej úplne jedno, že ju Bianka nepočúva. Stále si húdla len svoje: „Cestou stretol bosorku, od nej nemohol nič prijať, potom trpaslíka, ktorého šikovne zabavil hlavolamom.“

**Príklad č. 2:** Išlo o zaujímavú postupnosť prirodzených čísel... Začína sa dvoma číslami a každé ďalšie číslo sa rovná cifernému súčtu čísel, ktoré je súčinom dvoch predchádzajúcich čísel. Na prvom mieste tejto postupnosti je číslo 8, na treťom je jednociferné číslo a na štvrtom je číslo 2. Okrem toho ešte viete, že súčin druhého a tretieho čísla tejto postupnosti je najviac trojciferné číslo. Aké číslo môže byť na šiestom mieste tejto postupnosti?

No, a až keď sa zbavil tohto dotieravého trpaslíka, mohol sa porátať so samotným Černokňažníkom...“ rozprávala Tamara.

„Hej, počuješ?!“ zvýšila hlas Bianka. No Tamara vôbec nereagovala. Bianka sa teda otočila, že jej niečo povie, keď vtom jej pohľad padol na podstavec pri obraze. Listy knihy položené na ňom sa málinko chveli, vyzeralo to, ako keby sa s nimi práve hral slabý vánok. Bianka podišla bližšie, bola zvedavá, čo sa to deje. Na prvý pohľad vyzeralo všetko normálne – v knižke sa spomínal Martin, zlatá ruža, Černokňažník, ... a zrazu si to všimla. Od údivu stuhla a nebola schopná jediného slova. Na konci úryvku sa v knižke zjavilo veľké zlaté písmo, celkom iné ako čierna tlač pred ním. Pred chvíľou tam určite nebolo...

„JA...POTREBUJEM POMOC...BIANKA, PROSÍM, PRÍĎ DO GALÉRIE DNES V NOCI...ALE NECH ŤA NIK NEVIDÍ...PROSÍM...JE TO SÚRNE,“ písalo sa zrazu v knihe.

„Tamaraaa!!!“ zvriskla Bianka, keď si uvedomila, čo vidí. „Pod' sem!“

„Čo je?“ zareagovala konečne Tamara. Chcela kamarátke pripomenúť, že v galérii sa nemá kričať, ale keď uvidela Biankin vystrašený pohľad, pribehla k nej.

„Pozri sa,“ zaúpela Bianka, pričom sa pozerala na Tamaru a roztraseným prstom mierila na knihu. Tamara sa zohla bližšie ku knihe. Chvíľu podrobne skúmala úryvok, a potom sa ozvala: „No, rozprávka. A prečo na mňa tak vyjavene zízaš?“

„Tá správa na konci... čo to má znamenať?!“ Bianka pozrela na knihu, na miesto, kde sa ešte pred chvíľou skveli veľké tlačené písmená. Už tam neboli. „Ja, no, bolo to tam napísané ešte pred chvíľou, takým zlatým písmom...mám sem prísť v noci a pomôcť mu...a vie aj moje meno...naozaj,“ dodala, keď si všimla, že Tamara sa na ňu neveriacky pozerá.

„Bianka...?“ Tamara pochybovačne nadvihla obočie.

„Naozaj,“ zopakovala ešte raz Bianka. Ale Tamara sa jej už obrátila chrbtom. „Vieš, za to, že ja mám rada rozprávky a obdivujem všetky zázraky v nich a ty nie, nemusíš sa mi ešte vysmievať a robiť si zo mňa dobrý deň. Predsa viem, čo sa naozaj môže stať a čo je už výmysel. Toto som si o tebe vážne nemyslela...“ cítila sa Tamara dotknuto.

„Ale...ty mi neveríš?“ spýtala sa napoly zúfalo Bianka.

„Nie,“ odvetila narovinu Tamara a pomaly vyšla zo sály.

Bianka za ňou nebežala. Chcela síce kamarátke všetko vysvetliť, ale nateraz bola príliš zaujatá knihou. Bola zvedavá, čo sa ešte stane. Opäť pristúpila bližšie, stála tam a mĺkvo pozorovala knihu aj obraz, zvedavá a napätá zároveň, no nič neobvyklé sa už neudialo.

Po chvíli vstúpilo do miestnosti zopár malých detí. Nahlas sa rozprávali a pobehovali od obrazu k obrazu. Tajomná atmosféra v miestnosti sa razom rozplynula a Bianka sa opäť našla v úplne obyčajnej galérii na obyčajnej výstave.

Potom ešte prešla ďalšími sálami. V jednej z nich išlo o ostrov Quai.

**Príklad č. 5:** Na ostrove Quai platí, že ak sú dve deti z rovnakej rodiny, tak majú rovnakú farbu očí alebo rovnakú farbu vlasov ( prípadne oboje ). Na ihrisku sa hrajú deti z dvoch rodín.

Adamko má modré oči a čierne vlasy.

Betka má hnedé oči a blond vlasy.

Cilka má hnedé oči a čierne vlasy.

Danko má modré oči a blond vlasy.

Evka má modré oči a čierne vlasy.

Ferko má modré oči a blond vlasy.

Betka má na ihrisku práve dvoch súrodencov. Ktorí sú to?

Zvyšné sály už ale na Bianku ktovieako nezapôsobili. Išlo opäť o rozprávky, ktoré už dávno poznala. Navyše ju všade prenasledoval ten kídel' malých detí, takže bola celkom rada, keď nakoniec vyšla z poslednej sály a odtiaľ von na ulicu. Tamaru ani iných spolužiakov nikde nevidela, zrejme im učiteľka už dávno dala rozchod. A tak sa aj Bianka pobrala domov.

Celý deň však neustále myslela na príbeh o Martinovi. Sama nechcela veriť tomu, čo v galérii videla. Snažila sa teda radšej zabaviť inými vecami. Vytiahla zošit z matematiky a začala riešiť domácu úlohu na nasledujúci deň:

**Příklad č.4:** Z každého vrcholu veľkej kocky odrežeme jednu kocku. Najskôr odrežeme kocku s hranou 1 cm. Potom si vyberieme ďalší vrchol a odrežeme kocku s hranou 2 cm a z každého ďalšieho vrcholu kocku, ktorá má o 1 cm dlhšiu hranu, ako mala predchádzajúca odrezaná kocka. Ako najmenej dlhá musí byť hrana veľkej kocky, ak po odrezaní kociek vznikne jedno celistvé teleso? Nájdite jedno takéto teleso s najmenšou hranou a vypočítajte jeho povrch.

Bianka bola veľmi roztržitá, nič sa jej nepodarilo vypočítať, a tak to radšej odložila. Neprestajne pred sebou videla Martinov šibalský úsmev, žmurknutie a potom prosebný pohľad. Chvíľami sa presviedčala, že sa jej to celé iba zdalo... obrazy predsa nežmurkajú... ale čo mal potom znamenať ten odkaz v knihe? Ten tam celkom určite bol, také niečo by si nevymyslela... Nakoniec sa rozhodla. Pôjde do galérie. Keď už nič iné, zažije aspoň trochu dobrodružstva. Rodičom teda doma povedala, že ide spať ku kamarátke, zobrala pár najdôležitejších vecí a vydala sa na cestu.

Bianka dorazila ku galérii o trištvrte na šesť, práve vo chvíli, keď dovnútra púšťali poslednú skupinu návštevníkov. Rýchlo sa zaplietla medzi nich. Jej plán zatiaľ bezchybne fungoval. Teraz bolo treba nájsť nejaké miesto, kde by sa mohla schovať a počkať, dokým všetci návštevníci neodídu. Chodila teda po sálach a zvedavo pokukovala po nejakom úkryte. Ale nájsť si skrýšu zďaleka nebolo také ľahké, ako predpokladala. Aspoň že si ju nikto z ľudí naokolo zatiaľ, našťastie, nevšimal. V blízkosti síce boli štyri dievčatá, no tie boli zahľbené do vlastného rozhovoru.

**Премия:** Девушки Зузка, Янка, Катя и Тинка получили свидетельства. Только одна Тинка показала своё свидетельство остальным девушкам. После того они сказали:

Катя : Ну что, в этом году у меня свидетельство не лучше всех.

Потом Зузка : У меня свидетельство не хуже всех.

Наконец Янка: Две из нас получили в этом году совсем одинаковые свидетельства.

Напишите имена девушек в последовательности от самого лучшего по самое худшее свидетельство.

V miestnosti s rozprávkou o Jankovi Hraškovi napokon Bianka našla to, čo hľadala: jedny malilinké dvierka, celkom iné než tie, ktorými sa do sály vchádzalo či vychádzalo. Za týmito sa istotne nachádzala len voľajaká menšia kutica, kam tety upratovačky po práci odkladali metly a ostatné náradie. A presne to Bianka potrebovala. Podišla k nim bližšie. Snažila sa tváriť nenápadne, akoby stále obdivovala obraz na stene oproti, no popri tom sa chrptom nenápadne približovala ku dverám. Nahmatala kľučku, pomaly, aby ostatní nič nezbadali, potom sa chvíľu odhodlávala a stlačila... bolo zamknuté. Bianka tomu nemohla uveriť. Skúsila ešte raz, ale dvere nepovoľovali. Čo teraz? O chvíľu galériu zatvárajú! Musí nájsť niečo iné. Horúčkovo teda chodila z miestnosti do miestnosti, hľadala všade možné, ale nič vhodné nenašla. Napokon sa ocitla v sále s rozprávkou o odvážnom Martinovi. Ale ani tu sa nemala kde skryť. Okrem obrazov na stenách a zopár podstavcov s knihami v miestnosti nič nebolo. Naozaj to vyzeralo, že Biankin plán zlyhal. Nepozorovane ostať v galérii na noc bolo omnoho komplikovanejšie, než si myslela. Smutne pozrela na Martina namaľovaného na obraze a chystala sa odísť. Škoda.

Vtom však zablúdila pohľadom na jeden podstavec s knihou. Vo vnútri bol dutý, to si predtým nevšimla. Išlo vlastne o akúsi skrinku, ktorej dvierka boli teraz poodchýlené. Podišla bližšie a zvedavo si podstavec prezerala. Možno by sa doň aj zmestila... Bola teraz v sále úplne sama, potmehúdkym pohľadom ju sledoval len namaľovaný Martin. Vyskúša to. Zohla sa, otvorila dvierka na podstavci dokorán a vliezla dnu. Bradu síce musela mať natlačenú na kolenách, ak chcela zavrieť dvierka, no zmestila sa. Dokázala to. Teraz tam len musí potichu počkať.

Bianka netušila, ako dlho sa v podstavci krčila, dokedy všetky hlasy zvonku utíchli. Nakoniec, keď si už bola istá, že v sále naozaj nikto nie je, opatrne zo svojho úkrytu vyšla. Medzičasom sa zotmelo. Miestnosť bola zahalená v šere, a tak sa Bianka musela pohybovať opatrne, aby, nedajbože, nezhodila dáky predmet a nespôsobila tak nadmerný hluk. V tme pôsobilo všetko ticho a pokojne. V galérii okrem Bianky zjavne nebolo živej duše, len za oknami sa občas v tme kde-tu mihlo svetielko z baterky nočného strážnika. Bianka chvíľu pozorovala svet vonku.

**Príklad č.9:** V záhrade boli 4 stromy. Zo šiestich vzdialeností určených dvojicami týchto stromov boli dve rovné 10 metrom, ostatné štyri boli rovné  $x$ . Určte túto vzdialenosť.

Bianka sa pohľadom vrátila do miestnosti. Bola čím ďalej, tým viac napätá. Keď tak nad tým rozmýšľala, nevedela vlastne, čo má čakať. A tak len nervóznym pohľadom sledovala raz knižku, raz obraz. Nič neobvyklé sa ale zatiaľ nedialo. Už sa jej pomaly začínali chytať aj driemoty, keď sa to nakoniec stalo.

Listy knihy ležiacej na podstavci pri obraze s Martinom a zámkom sa začali trochu vlniť. Šuchot strán Bianku najprv vyplašil, pretože v tom tichu znel zrazu príliš nahlas. No keď si uvedomila, čo sa to deje, odvážne pristúpila ku knihe. V tej tme si všimla, že jej strany svietia na zlato. Pomaly sa v nich začali vynárať veľké písmená. Bianka počkala, kým sa zjaví celá veta a potom pomaly čítala: „*ĎAKUJEM, ŽE SI PRISĽA, BIANKA*“ Chvíľu bola pauza a potom začali pribúdať ďalšie slová: „*TAK TEDA MI POMÔŽEŠ?*“

„Rada by som ti pomohla, ale veď neviem ako,“ povzdychla si Bianka.

„*VEĎ TI HNEĎ POVIEM...LEN TO UROB. A NEBOJ SA,*“ zjavilo sa na papieri. Vyzeralo to, ako keby tá kniha počula, čo Bianka povedala. Aj sama Bianka si to uvedomila: „Hej, ako vieš, čo som vravela?“

„*POČUJEM TAKMER VŠETKO, ČO SA V SÁLE POVIE,*“ odpovedalo jej písmo v knihe.

„Ale...ako to? A kto vlastne si?“ nedalo Bianke.

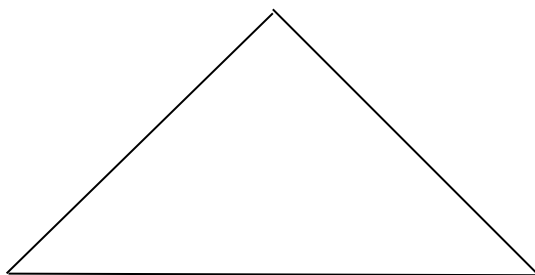
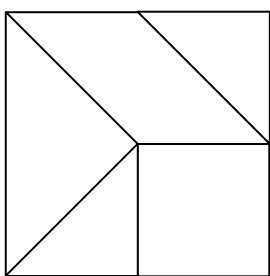
„*SOM MARTIN. ALE TO JE JEDNO. NEMÁME ČAS. POTREBUJEM, ABY SI MI POMOHLA.*“

„Ale ja tomu stále nerozumiem...“ začala zas Bianka, ale písmo v knihe na to nereagovalo. Dotyčný zjavne nepovažoval vysvetlenia za dôležité.

„*VŠETKO, ČO MUSÍŠ UROBIŤ, JE PRISTÚPIŤ K OBRAZU S NAMALOVANÝM ZÁMKOM ČO NAJBLIŽŠIE A DOTKNÚŤ SA MÔJHO ČELA.*“ Písmená sa teraz zjavovali akosi rýchlejšie, naozaj to vyzeralo, že Martin má naponáhlo. „*SPRAV TO, PROSÍM*“

„Ale...“ zmätene povedala Bianka, no napriek tomu sa pohla smerom k obrazu. Chvíľu pred ním stála. Až teraz si všimla zaujímavé ornamenty, ktoré orámovali obraz. Maliar si dal na nich záležať väčšmi než inde. Vytvárali tam rôzne útvary, štvorce, kosoštvorce či trojuholníky, veľké aj malé, pričom jeden útvar sa často krátko skladal z mnohých ďalších.

**Príklad č.1:** Z útvarov, ktoré spolu vytvárajú štvorec zložte daný pravouhlý trojuholník. Medzi útvarmi sa nachádza štvorec, ktorého strana má polovičnú dĺžku ako veľký štvorec.



Bianka však teraz nemala čas prezerat' si ornamenty. Miesto toho tam stála a premýšľala, čo sa jej môže stať, ak urobí, čo od nej Martin chce. Veď je to len obraz...

„*NO TAK, DOTKNI SA, RÝCHLO...*“ naliehala písmo v knihe. Bianka teda pristúpila čo najbližšie k obrazu, nosom sa takmer dotýkala ochranného skla na ňom, a pomaly vystierala ruku. Ešte chvíľu rozmýšľala. Urobí to.

Natiahla ruku a dotkla sa ňou miesta, kde bolo namalované Martinovo čelo. Viac si nepamätala...

Ak riešite prvýkrát, máme pre vás vzorový príklad a riešenie, ktoré by zaň dostalo 10 bodov.

**Zadanie:** Postupne sú za sebou bez medzier zapísané všetky prirodzené čísla: 12345678910111213... Koľko najmenej CIFIER (pozor, napr. číslo 10 má dve cifry) musím takto napísať, aby sa vo vzniknutom rade nachádzala dvakrát päťica 11111?

**Riešenie za 10 bodov:** Najprv sa zamyslime, či vôbec môže byť v takejto postupnosti dvakrát päťica 11111. Číslo 11111 v tejto postupnosti byť môže, takisto aj napríklad číslo 111110, takže príklad bude mať riešenie. Každá z týchto päťíc bola tvorená iba jedným číslom, ktoré malo aspoň 5 cifier. Číslo 11111 je najmenšie päťciferné číslo obsahujúce túto päťicu jednotiek. Skúsme zistiť, či sa takáto päťica nemôže skladať z menších čísel. Keď má byť päťica cifier zložená z menších čísel, bude zložená aspoň z dvoch za sebou idúcich čísel.

Môže byť päťica zložená z jednociferných čísel? Nie, pretože každé z nich je iné. Z dvojciferných tiež nemôže byť zložená, pretože po čísle 11 nasleduje 12, čím by sa do päťice čísel dostalo číslo 2. Ako je to s trojcifernými? Stačili by na to 2 čísla, pretože dokopy majú dostatočný počet cifier. Chceme, aby prvé číslo končilo dvojicou, alebo trojicou jednotiek a druhé číslo má začínať trojicou, alebo dvojicou jednotiek. Ak má druhé začínať jednotkou, aj prvé ňou musí začínať, keďže je od druhého len o 1 menšie. Pre prvé číslo máme teda jediná možnosť, a to 111. Druhé číslo bude 112. To je prvý možný výskyt päťice cifier 11111 v rade.

Medzi trojcifernými číslami už ďalšie takéto čísla nenájdeme. Druhý raz teda musí byť päťica 11111 zložená zo štvorciferných čísel. Prvé z nich musí končiť jednou až štyrmi jednotkami, druhé musí začínať zodpovedajúcim počtom jednotiek. Rovnako ako pri trojciferných, prvé musí tiež začínať jednotkami, čiže to bude číslo 1111 a druhé bude 1112.

Ostáva nám spočítať počet napísaných cifier. To je počet cifier v číslach do 1111 a ešte prvá cifra zo 1112. Jednociferných čísel je spolu 9, dvojciferných 90 (od 10 do 99; každé je z dvoch cifier, spolu majú teda 180 cifier), trojciferných 900 (2700 cifier), čísel od 1000 do 1111 je 112 (448 cifier), spolu je to  $9+180+2700+448+1=3338$  cifier.

#### **Ďalšie dobré rady:**

- Ak riešite príklad skúšaním možností, vypíšte ich ozaj všetky, prípadne zdôvodnite, prečo už ďalšie možnosti skúšať nemusíte.
- Ak sa v geometrickom príklade očakáva ako odpoveď nejaké číslo (dĺžka, veľkosť uhla...), narysovať si situáciu a odmerať to nebýva presné riešenie, keď už výsledok viete približne, skúste ho ešte vypočítať presne.
- Ak si myslíte, že príklad nemá riešenie, ukážte, že je to naozaj tak. Niekedy je to správnym riešením.
- Ak nájdete jedno (alebo 2, 3...) riešenie, zdôvodnite, či naozaj žiadne ďalšie správne riešenia neexistujú.
- Ak sa k výsledku prepracúvate nejakým postupom, napíšte nám celý tento postup.
- Nebojte sa pomôcť si pri riešení obrázkom. Mnohokrát to môže vaše riešenie sprehl'adniť.
- Ak sa pri riešení niektorého príkladu zaseknete a neviete, ako ďalej, pošlite nám, na čo ste prišli a my vám obodujeme aj to. Vždy je lepšie niečo, ako nič.

#### **Kontakt na nás:**

*RIEŠKY, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava;*

Otázky týkajúce sa zadání a pravidiel nám môžeš posielat' na adresu: [zadania@riesky.sk](mailto:zadania@riesky.sk)

Ostatné dôležité otázky, pripomienky a sťažnosti posielaj na adresu: [riesky@riesky.sk](mailto:riesky@riesky.sk)

A ak nám chceš hocičo neformálne odkázať, navštív odkazovač na našej webovej stránke ☺.

# PRAVIDLÁ

Dostali sa ti do rúk zadania prvého kola zimnej série korešpondenčného semináru RIEŠKY, do ktorého sa môžeš zapojiť aj ty.

Za rok sú dve série, zimná a letná. Každá séria sa skladá z troch kôl a každé kolo z deviatich príkladov a prémie. Príklady sú bodované na škále od 0 do 10 bodov, a za prémie môžeš získať 0 až 6 bodov. Pre každý ročník je určených päť príkladov:

Pre 5. ročník a prímú sú to príklady č. 1,2,3,4,5

Pre 6. ročník a sekundu sú to príklady č. 2,3,4,5,6

Pre 7. ročník a terciu sú to príklady č. 3,4,5,6,7

Pre 8. ročník sú to príklady č. 4,5,6,7,8

A pre 9. ročník a kvartu sú to príklady č. 5,6,7,8,9;

avšak každá kategória môže riešiť aj vyššie príklady a prémie. Do výsledkovej listiny sa ti zaráta 5 najlepších príkladov a prémie. Príklady č. 3 a 8 sú v dvoch verziách. Verzia B je určená žiakom Gymnázia Grösslingová 18 a verzia A je pre žiakov ostatných škôl, pričom môžu riešiť aj verziu B. Do hodnotenia sa im započíta tá, za ktorú dostanú viac bodov.

Rieš samostatne, za skupinové riešenia a opisovanie sa budú body deliť počtom opisujúcich. Riešenia treba spísať vrátane postupu, ako si sa k nemu dopracoval, a či a prečo sú to všetky riešenia. Ak na riešenie používaš počítač, treba tiež matematické zdôvodnenie a vysvetlenie, ako program funguje.

Riešenie každého príkladu treba napísať na osobitný papier formátu A4, ktorý má v ľavom hornom rohu hlavičku. Hlavička obsahuje tvoje meno, triedu, školu a číslo príkladu. Ak je jeden príklad na viacerých papieroch, treba papiere očíslovať a zopnúť.

Riešenia pošli na adresu:

*RIEŠKY, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava;*

do termínu uvedeného v zadaniach, pričom je rozhodujúca pečiatka pošty. Riešenia poslané po termíne budú riadne ohodnotené, ale každý deň omeškania bude penalizovaný stratou 10 bodov. Žiaci Gymnázia Grösslingová 18 môžu odovzdať svoje riešenia vedúcemu, ktorý bude v deň termínu cez prestávku od 8:45 do 8:55 stáť pri vrátnici školy. Po tejto prestávke odovzdanie riešení akémukoľvek vedúcemu bude hodnotené ako riešenie odovzdané po termíne. S prvým kolom nám treba poslať aj vyplnenú prihlášku a tri obálky formátu A5, každú s nalepenými známami v hodnote 14 Sk. Nedodržanie týchto povinností (prihláška, hlavičky, obálky) môže byť penalizované stratou do 3 bodov.

Opravené riešenia ti budú zaslané späť aj so zadaniami ďalšieho kola a výsledkovou listinou. Výsledková listina je rozdelená na dve kategórie:

V prvej sú zoradení žiaci Gymnázia Grösslingová 18 a v druhej ostatní riešitelia podľa počtu získaných bodov. Po sérii bude z každej kategórie na sústredenie pozvaných najlepších 10 riešiteľov pod podmienkou, že poslali riešenia tretieho kola a získali celkovo aspoň 80 bodov. Ostatní riešitelia budú na sústredenie pozvaní podľa získaného počtu bodov. Organizátori si vyhradujú právo prihladiť pri tomto výbere na ročník a iné okolnosti.

Ak sa ti náš seminár páči, neváhaj, a povedz o ňom aj tvojim spolužiakom a kamarátom.

Veľa šťastia pri riešení ti prajú

vedúci