



# RIEŠKY

**10. ročník – zimná séria**  
**1.kolo**

**matematický**  
**korešpondenčný**  
**seminár**

Ahoj☺... chod' na (1)

- (1) Práve držíš v ruke chrumkavučké novučké zadania Riešok. A nie sú len tak obyčajné. Totiž už sme starý seminár, lebo máme prvé dvojciferné výročie. Touto knižkou teda otvárame **10. ročník korešpondenčného seminára Riešky**. A kto vlastne sme? Ak si starý Rieškar a vieš to, tak chod' na (7), ak chceš vedieť niečo viac o Rieškach, chod' na (4).
- (2) Všetko toto je preto, aby sme ti ukázali, že matematika je aj iná ako v škole a hoci táto fráza bude znieť otrepane, do úvodu to musí proste ísť☺, s matematikou sa dá aj hrať a je pekná☺. Chod' na (11).
- (3) Už som chcela skončiť, ale ešte musím rozviť jednu tému. Pokiaľ už ma poznáš a vieš, ktorá to je, tak chod' na (6), ak nevieš, chod' na (8).
- (4) Riešky sú matematický korešpondenčný seminár. Ale nie obyčajný☺. Keď si zalistuješ trošku ďalej nájdeš tam príkladiky v pútavom príbehu☺. Zopár je ich tam práve pre teba a keď ich vyriešiš, my ti ich opravené a obodované pošleme späť. Odporúčam prečítať si PRAVIDLÁ na ďalších stranách tejto knižky. Ak chceš vedieť, kto je to „my“, ktorí ti to opravíme, chod' na (14), ak ti je to jedno, chod' rovno na (11).
- (5) Prečítaj si PRAVIDLÁ☺ !!!! Chod' na (10).
- (6) Ale bolo krásne leto, že? Slniečko, kúpanie, bicyklovanie, korčuľovanie, táboraky, gitarka, more... Slniečko nám skoro stále svietilo... V Bratislave nám riadne prihorievalo a asi aj na celom Slovensku občas. Ale aspoň sme si oddýchli a určite sa tešíš do školy :-P. Poznám ľudí, ktorí už po mesiaci prázdnin otvorili učebnicu fyziky a začali si ju čítať☺. (NIEEEE, ja to nie som!!!)... no stačilo, povinnosť splnená chod' na (13).
- (7) Sme radi, že si ostal/a verným Rieškarčátkom a len s dobrým úmyslom ťa posielam na (5).
- (8) Je to samozrejme ako inak POČASIE. Má to už takú tradíciu. Ono občas sa do úvodu veľmi ťažko píše niečo rozumné, tak to väčšinou skončí pri počasí☺. Tak hor sa do toho a chod' na (6).
- (9) Tento rok pripravujeme Rieškarské krúžky a výlety. O ich konaní sa dozvieš včas☺, pre Gamčákov sa stačí pozrieť na Rieškarskú nástenku, ale nezúfaj, ak každé školské ráno nevidíš to krásne modré gymnázium, tak rovnako dobrý zdroj informácií je aj Rieškarská stránka [www.riesky.sk](http://www.riesky.sk). Chod' na (2).
- (10) Aby sa ti nezдалo, že Riešky to je stereotyp, tak pripravujeme veľa akcií. Ak máš záujem dozvedieť sa viac, chod' na (9), ak nie, tak sme smutní a chod' na (11).
- (11) Ešte by som ti chcela predstaviť zopár vecí. Tou prvou je **[www.riesky.sk](http://www.riesky.sk)**, kde je veľmi obľúbený odkazovač☺. Okrem toho tam nájdeš všetky potrebné informácie, nové zadania, „výsledkovku“, termíny výletov, krúžkov... Taktiež ti predstavím kontakt na nás: **[riesky@riesky.sk](mailto:riesky@riesky.sk)**. Pokiaľ však budeš mať otázky priamo na zadanie, tak je tu práve pre teba špeciálna mailová adresa a to: **[zadania@riesky.sk](mailto:zadania@riesky.sk)**. Však nečakaj, že ti ako odpoveď príde riešenie príkladu☺. Ak máš záujem čítať chobotiny, chod' na (3), hm.. inú možnosť nemá☺.
- (12) Do kýblika, (12) mi ostala voľná... hm... chod' na (13)... Ak čítaš túto vetu, tak nerešpektuješ moje pokyny a skončil/a si☺. KONIEC
- (13) Tak sa s tebou v úvode lúčim a hor sa do riešenia☺. Tešíme sa na teba a tvoje riešenia☺. Chod' na (12).
- (14) tento seminár sa staráme my = vedúci, ktorí ti opravujeme príklady. Občas si nájdeš na poslanom príklade aj od nás niečo napísane a nakreslené a nejaké tie bodíky. Potom vytvoríme „výsledkovku“, kde sa môžeš porovnať s ostatnými Riešiteľmi. Okrem toho pripravujeme aj veľa stretnutí sa s nami. Ak chceš o nich vedieť viac, chod' na (9), ak si lenivý to čítať, tak chod' na (11).

Za vedúcich Halucinka☺

## Zadania prvého kola zimnej série 2007/2008 TERMÍN: 8.10.2007

**Naša adresa:** Riešky, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

„Zase prší!“ vzdychla si Gabriele. „Aj keď je táto krajina moja domovina, nemám ju vôbec rada.“  
„Pablo! Konečne si tu,“ zaštebotala dáma v jemných striebrom prešivaných šatách. „Je loď pripravená?“ „Áno, princezná Catherine, ale musíme sa ponáhľať, more nie je pokojné a váš otec vás už hľadá.“ Maličký prístav, v ktorom kotvila nenápadná, ale veľká loď, pokrstená ako Edeline.

Od mora zafúkal vietor a nepríjemný rybáci zápach udrhel Gabriele do nosa. „Podťe princezná, veď sa ešte otráвите týmto vzduchom.“ Šedá postavička prebehla cez cestu a pošepala Gabriele: „Zakázala som ti oslovovať ma mojim titulom na verejnosti.“ Pružne skočila na schodíky a vyšvihla sa na loď. „Gabi, nestoj tam a vylez hore. Loď už odchádza.“ „Pani, prečo sa musíme ešte aj takto hlúpo oslovovať?“ „Nepýtaj sa hlúposti, sama vieš prečo, radšej mi pod' pomôcť s touto hračkou.“



**Príklad č.2:** Teleso na prvom obrázku pozostáva z malých kociek. Na druhom obrázku je to isté teleso, ale otočené. Aký najmenší počet malých kociek stačí doplniť, aby sme z tohto telesa vytvorili veľkú kocku?



„Áááá, posledná kocka a je to. Ani to nebolo také...“ usmievala sa princezná, „...ťažké,“ dopovedala, prerušená sprškou ťažkých nadávok, ozývajúcich sa z kajuty kapitána. „Stalo sa niečo?!“ kričí ustráchaná Gabriele. „Do ^#\*&(@#\$ s tým hlupákom, ktorý nechal mapy na mokrom stole!“ „Vlastne, kto ho obtieral?!“ „To...to som bola ja.....u.. urobila som niečo zlé?“ „Áno! Mapy sa rozpili a teraz neviem o koľko stupňov mám zabočiť.“

**Príklad č.6:** V trojuholníku ABC je uhol pri vrchole C 40 stupňov. Osi uhlov pri vrchole A a B sa pretnú v bode D. Aký veľký je uhol ADB?

Večer sa vlnky pohrávali s loďou, akoby to bola len maličká loďka. Keďže vietor silno fúkal a vlny boli prudké, princeznej prišlo zle, a tak ju Pablo odniesol do jej kajuty. „Mali by ste si oddýchnuť. Ešte vás čaká dlhá cesta do Aragonu.“ „Ach,... Gabrielle,“ vyslovila s jemným francúzskym prízvukom. „nejde mi zaspáť. Vymysli niečo...“ „Dobre...“ zamyslela sa Gabriele.

**Príklad č.4:** Skúste počítať takto. Začnete tým, že povieť nejaké dve čísla. A potom hovoríte čísla ďalej, pričom každé povedané číslo musí byť súčtom všetkých čísiel, ktoré ste povedali pred ním.

Princezná ako prvé číslo povedala 1, a ako posledné jedenáste (tesne pred tým, ako zaspala) povedala 1024. Viete zistiť, aké číslo povedala ako druhé?

Ráno loď dorazila do prístavu vo Francúzsku. „Bonjour, madame,“ hneď vítala princeznú chyžná.

No Catherine jej neopätovala milý úsmev, len rýchlo vbehla do pripravenej skrýše, malého, skromného, ale čistého, domčeka so záhradou. „Tu ostanete dva dni. Kočiar príde tretí deň skoro ráno,“ oznámil Pablo plán princeznej. „Dobre, ďakujem. Môžete ísť.“ „Ma'am, dnes nemáte nejako náladu. Podťe sa prejsť do záhrady, medzi kvety. Tie fialové klémantisy sú dnes nádherne svieže.“ „Nie, dnes nie. Radšej by som išla na trh. Pôjdeš so mnou?“ „Áno, pani, nemôžem vás nechať ísť samú.“ „Tak mi pod' pomôcť obliecť sa.“

„Mesto je dnes nejaké tiché. Skoro nikoho sme nestretli.“ pomyslela si Gabriele. Naozaj, mesto bolo pusté, všetci ľudia ešte spali alebo niekde pracovali. Až keď prišli na trh, začali stretávať väčšie skupinky ľudí, ktorí pripravovali svoje stánky na otvorenie. Keď prešli za trh, začuli plač. Jeden chlapec, sediaci na veľkej krabici plnej rýb, plakal. „Prečo plačeš? Stratil si sa?“ „Nie ja, ale moji bratia. Povedali mi, nech strážim úlovok, že o chvíľu sa vrátia. No už tu čakám strašne dlho.“ „A ako vyzerali?“ zaujímala sa princezná. „Celkom rovnako, je nás päť a všetci sa na seba podobáme. Ale každý z nás má niečo iné rád a to zbiera.“

**Príklad č.5:** "Antonin, Barnabe, Clément, a Donatien zbierajú každý z nich niečo iné – mince, kamene, rastliny a úlomky skla (nemusia to byť v tomto poradí), Každý nich ovláda práve jeden cudzí jazyk – nemčinu, španielčinu, portugálčinu alebo ruštinu (žiadni dvaja neovládajú ten istý jazyk)"

1. Ten, čo zbiera úlomky skla, nevie po nemecky ani po portugalsky.

2. Botanik si dopisuje po rusky.
3. Antonin a Donatien majú alergiu na peľ a nemajú radi rastliny.
4. Barnabe hovorí portugalsky a nezbera kamene.
5. Antonin nevie po španielsky.

Kto z nich vie po španielsky a čo zbiera?

„Ja viem po anglicky, a samozrejme po francúzsky, veď som sa tu narodil, ale aj do Anglicka chodievam často s bratmi. Inak by ma určite nebrali, lebo oni po anglicky nevedia a to je niekedy problém.“ sťažoval sa stratený chlapec. „Aháá, tam idú tvoji bratia!“ ukázala Gabriele na koniec slnkom prežiarenej ulice. „Tak my pôjdeme. Ešte musíme kúpiť ovocie.“ povedala princezná, zamávala, zvrtila sa smerom k trhu a rozbehla sa k prvému stánku s ovocím, čo uvidela. Gabriele zdvihla dáždňik, ktorý princezná nechala opretý o chlapcovu krabicu a odkráčala smerom k stánku, v ktorom už princezná vyberala jablká. „Kúpte si aj hrušky. Sú tak jemné, až sa rozplývajú na jazyku, ani páni na dvore nemajú takú fajnovú pochúťku.“ „Hm... Dobre, Gabriele, vyber osem takých pekných, šťavnatých.“

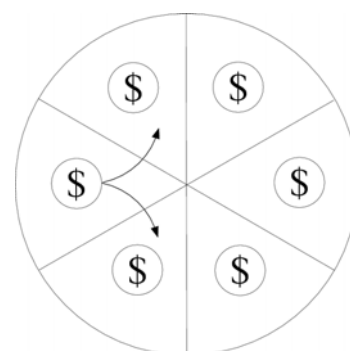
### Príklad č.3:

**A (okrem GAMČE):** Vo vedľajšom stánku sa mäsiar nudil a tak sa hral s peniazmi. Kruhový stôl mal rozdelený na 6 výsekov a v každom ležala jedna minca. Princezná si vymyslela, že na jeden ťah je dovolené premiestniť ľubovoľnú mincu na ktorýkoľvek z obidvoch susedných výsekov. Vysvetlila pravidlá mäsiarovi a spýtala sa ho: „Dajú sa všetky mince premiestniť presne na 20 ťahov do jedného výseku?“

**B (pre GAMČU):** Druhý pult je rozdelený na 11 výsekov a v každom leží jedna minca. Jedným ťahom je dovolené premiestniť ľubovoľnú mincu na ktorýkoľvek z obidvoch susedných výsekov.

Princezná Catherine sa začala Gabriele vypytovať: "Dajú sa všetky mince premiestniť do jedného výseku, ak musím spraviť presne 47 ťahov? A ak ich musí byť presne 60? A čo ak milión?"

Gabriele zakaždým pohotovo odpovedala. Nájdiť aj vy čo najlepší spôsob, ako pre hocikajáký počet ťahov zistiť, či sa nimi dajú premiestniť všetky mince do jedného výseku.



„Ale nechajte si tie svoje hry! Už vás tu nechcem vidieť!“ rozkričal sa predavač. Keď už boli ďalej od jeho stánku, Gabriele zamrmlala: „Keby vedel, kto ste...“ „...určite by sa ani neodvážil ma osloviť,“ dokončila za ňu princezná „Ale takisto by sme si nezahráli tú jeho divnú mincovú hru.“ zachichotala sa Catherine a vykročila smerom k prístavu kde bol schovaný jej dočasný úkryt. „No pod', už nás budú doma hľadať.“ No Gabriele len tak stála, ako keby nepočula princeznú. „Máte rada ľudí. To je dobré, ľud vás bude mať rád. Len dúfam, že si dáte pozor a nič sa vám nestane. Medzi obyčajným ľuďom je veľa zloduchov.“ Princezná sa na to len usmiala „Máš pravdu Gabi, ale nie je ich tam o nič viac ako medzi šľachtou. Rozdiel je len v tom, že šľachtici robia zločiny v rukavičkách. No, už konečne pod' domov.“

Doma, v malom salóne malého domu, vlastne len v malom salóniku v malom domčeku, leží mladá dáma na saténovom kresle, ktoré bolo len časťou ďalšej zvláštnosti tohto domu, výbavy hodnej princeznej. A naozaj hodnej, bol to totiž dočasný úkryt anglickej princeznej Catherine. Nikdy sa nezdržala dlho, len pár dní. Mladá a krásna, túžiacia po dobrodružstve, ktoré jej kráľ nechcel dovoliť. Preto uteká každých pár mesiacov preč. Tentoraz dostala pozvánku od kráľovnej Isabelly z Castilly. Teda nie do jej zámku, ale do zámku jej manžela Ferdinanda z Aragonu. Nie je šťastná, už ako dvadsaťjedenročnú ju chcú vydať. Z očí vyvrátených do stropu bolo jasné, že rozmýšľa, ale z jej myšlienok ju vyrušil Pablo, ktorý prišiel s najnovšími správami. „Prepáčte, vaša výsosť, že vás vyrušujem, ale mám zlé správy. Nebudeme môcť cestovať tak, ako sme si naplánovali. Tentoraz je váš otec, kráľ Eduard IV., poriadne nahnevaný, dal vás hľadať po celom území. Rozoslal poslov všade, celé Anglicko aj Francúzsko je plné ziskuchtivých ľudí. Vypísal za vaše nájdenie odmenu, kto vás nájde a zadrží, bez toho aby sa vám niečo stalo, dostane odmenu.“ „To je ohavné! Vlastný otec na mňa vypísal odmenu, ako ... ako keby som bola nejaká zver! Nevadí. Keď to dal vyhlásiť aj v Anglicku, nevie, kde som a takisto ani hlupáci, čo sa ma snažia chytiť. Chytať dym!“ zasmiala sa Catherine „Áno Pablo! Budeme ako dym, nech nás vidia, na tom nezáleží, ale chytiť nás nedokážu. Budeme pokračovať v ceste, aj tak som už sľúbila kráľovnej Isabelle, že prídem.“ Na očiach jej bolo jasne vidno, že má plán. „Budú strážiť hranice, lebo vedia, že ak by som nechcela ísť do zahraničia, nebudem utekať. Takže my prejdeme cez hory. Bude to trvať tak o deň viac, takže musíme hneď zajtra vyraziť. Gabriele!“ Dievča vbeholo do miestnosti celé rozrušené, lebo jej pani kričí len málokedy, no keď uvidela ako sa princezná tvári, pochopila „Takže konečne nejaké vzrušenie, princezná?“ „Áno, zajtra ráno odchádzame. Chod' všetko pripraviť.“ Gabriele aj Pablo opustili miestnosť a Catherine si zase ľahla, no tento krát

s úplne odlišným úsmevom. „Ja mu prejdem cez rozum.“ pošepla možno sviečke a možno nikomu. Zavrela oči a začala snívať. O krásnej krajine, o jemných princeznách a statočných princoch. Ale jej krásny sen jej narušili dva draky...

**Príklad č.1:** V krajine žije na začiatku 99 princezien, 100 princov a 2 draky. Keď stretne princ draka, tak ho zabije. Keď stretne drak princeznú, tak ju zožerie. A keď stretne princ princeznú, zamiluje sa, od toľkej lásky mu praskne srdiečko a umrie. Takto si všetci šťastne nažívali, až kým nepomreli a neostal tam iba jeden tvor. Ktorý to mohol byť?

„Pôjdeme cez jeden kláštor, bola som tam, keď som bola malá. Jeden mních si ma tam obľúbil, určite ma pustí. A čo je hlavné, ukázal mi skratku, malý drevený mostík.“

Cesta do kláštora bola celkom pokojná, nikto sa ich neodvážil zastaviť, lebo dvaja ozbrojení muži, sediaci vedľa Pabla, ktorý viedol koč, vyzerali dosť nebezpečne. Žoldnieri ani netušili, čo vezú, ale vedeli, že nikto sa nesmie pozrieť dovnútra koča, čo aj poriadne dodržiavali. Ale aj napriek tomu mali čas hrať sa.

**Príklad č.8:**

**A (okrem GAMČE):**

Mali kôpku 55 zápaličiek a hrali nasledovne: Prvý si zo zápaličiek vezme 1, 2, 3, 8 alebo 9, druhý hráč vezme zo zvyšku podľa svojho uváženia tiež 1, 2, 3, 8 alebo 9 zápaličiek. Potom berie zas prvý atď. Prehráva ten, kto vezme poslednú zápalku. Môže prvý hráč vyhrať? Ak áno, ako musí hrať? Pri akých začiatkových počtoch zápaličiek druhý hráč môže vyhrať aj keby prvý hráč hral akokoľvek?

Po chvíli ich to prestalo baviť a tak vymysleli ťažšiu variantu. Na sedadlo vyložili dve kôpky,

**B (pre GAMČU):** Na sedadle ležia zápalky na dvoch kôpkach. Dvaja žoldnieri hrajú nasledovnú hru: Prvý hráč si vo svojom ťahu vyberie kôpku z ktorej ťahá a potiahne z nej určitý počet zápaličiek. Potom si druhý tiež vo svojom ťahu vyberie kôpku z ktorej ťahá a potiahne z nej určitý počet zápaličiek. Potom berie zas prvý atď. Z prvej kopy však môžu ťahať iba 1, 3 alebo 9 zápaličiek. Z druhej kopy zase môžu ťahať iba 1, 2, 3, 8 alebo 9 zápaličiek. Prehráva ten, kto vezme zo stola úplne poslednú zápalku. Môže prvý hráč vyhrať ak je na prvej kope 6 zápaličiek a na druhej kope 47 zápaličiek? Ak áno, ako musí hrať? Pri akých začiatkových počtoch zápaličiek druhý hráč môže vyhrať aj keby prvý hráč hral akokoľvek?

Pod horami ich nechali v krčme, lebo princezná nechcela, aby niekto vedel, kam idú. Do kláštora prišli podvečer, mnísi ich bez problémov privítali, vlastne neprehovorili ani slovo. Zaviedli ich do miestnosti, kde bolo ďalších skoro sto ľudí, zjavne zo všetkých vrstiev. Bohatí aj chudobní sedeli spolu, ale netvářili sa, že by im to vadilo. „Čo sa tu deje?“ spýtala sa Gabriele jednej mníšky. „Kráľovskí vojaci plienili okolité dedinky a tak sa dedičanov snažíme zachrániť. Zabíjali a ubližovali, to všetko pod zástavou kráľa! Ale vlastne, ak to neviete, prečo ste tu?“ „Takisto utekám a chcela som vás poprosiť, či by ste nás nemohli pustiť cez lávku.“ „Cez akú lávku?“ „Predsa tú cez hory, takú drevenú. Ako to, že o nej neviete? Ved' páter Fabien ju vôbec neskrýval.“ „Dieťa moje! Ty si poznala pátra Fabiena?“ „Áno, ako malá som tu bola na návšteve a on si ma obľúbil.“ „Tak rýchlo... o chvíľu prídu vojaci a ak tu nájdú týchto ľudí aj s ich vecami, zničia a znesvätia kláštor! Musíme rýchlo nájsť tú lávku!“ „Tak poďte, niekde na prízemí...“

**Príklad č.7:** „...bola tabuľa, na ktorej bolo napísaných 5 celých čísel. Sčítaním vždy dvoch z nich vzniklo 10 čísel, ešte si ich pamätám: 0,2,4,4,6,8,9,11,13,15“

Ktorých 5 čísel bolo napísaných na tabuli?

A je možné, aby sme ako súčty dvojíc dostali týchto 10 čísel: 12,13,14,15,16,16,17,17,18,20 ?

„Niekde pri nej, bol aj vchod...“ prehladáva princezná každý kút „...a vlastne, ako zomrel páter Fabien?“ „Na starobu. Ved'...“

**Príklad č.9:** Páter Fabien mal dvoch adoptívnych 'vnukov' (mladších ako on sám) – Reoula a Sylvienu – a nemal viac ako 99 rokov. Keď pred vek pátra napíšeme Reoulov vek, dostaneme štvorciferné číslo, ktoré je deliteľné vekom tohto chlapca. Okrem toho, vynásobením vekov všetkých troch dostaneme už spomínané štvorciferné číslo. Koľko rokov mal páter Fabien?

„Aha! Tu to je,“ ukazuje princezná na malú bráničku skrytú za krabicou. „Jejda! Tú krabicu som tam dala strašne dávno, lebo odtiaľ fúkalo a vydávalo to zvláštne zvuky. Tak teda, mali by sme sem dovievať ľudí.“ O pár minút už stáli všetci pri vchode na lávku. „Je noc, takže budeme musieť ísť pomaličky a opatrne,“ zavelila princezná a vykročili na lávku. A tak sa postavička za postavičkou pomaly ponárala do čiernej tmy...

**Prémia:** 100 personnes se trouvent sur un côté d'une passerelle tres étroite qui mene au-dessus d'un gouffre immense avec des écueils profonds. S'il veulent se sauver, ils doivent passer pour l'autre côté le plus rapidement possible. Il y a un architecte entre eux qui dit : « Maintenant, la passerelle a le poids maximum de 10 personnes. Aussitôt que le nombre des personnes qui est supérieur ou égal a la moitié de son poids maximum (au cas des chiffres impairs on arrondit en haut) passent en meme temps par la passerelle (c'est-a-dire ils seront sur la passerelle au meme instant), son poids maximum diminuera d'une personne ! » (c'est-a-dire : Si la passerelle a le poids de 10 personnes et un groupe de plus de 4 personnes passe par elle, le poids de la passerelle ne sera que 9 personnes.) « D'accord, mais comment peut-on tous passer par la passerelle quand cela dure une minute a chacun de nous et les soldats arriveront avec une hie (=lourde piece de bois) dans 20 minutes ? » Combien de personnes au maximum peuvent se sauver et de quelle maniere ?

## PRAVIDLÁ

Dostali sa ti do rúk zadania prvého kola zimnej série korešpondenčného semináru RIEŠKY, do ktorého sa môžu zapojiť žiaci II. stupňa.

Za rok sú dve série, zimná a letná. Každá séria sa skladá z troch kôl a každé kolo z deviatich príkladov a prémie. Príklady sú bodované na škále od 0 do 10 bodov, a za prémie môžeš získať 0 až 6 bodov. Pre každý ročník je určených päť príkladov:

Pre 5. ročník a prímu sú to príklady č. 1,2,3,4,5

Pre 6. ročník a sekundu sú to príklady č. 2,3,4,5,6

Pre 7. ročník a terciu sú to príklady č. 3,4,5,6,7

Pre 8. ročník sú to príklady č. 4,5,6,7,8

A pre 9. ročník a kvartu sú to príklady č. 5,6,7,8,9;

avšak každá kategória môže riešiť aj vyššie príklady a prémie. Do výsledkovej listiny sa ti zaráta 5 najlepších príkladov a prémie. Príklady č. 3 a 8 sú v dvoch verziách. Verzia B je určená žiakom Gymnázia Grösslingová 18 a verzia A je pre žiakov ostatných škôl, pričom môžu riešiť aj verziu B. Do hodnotenia sa im započíta tá, za ktorú dostanú viac bodov.

Rieš samostatne, za skupinové riešenia a opisovanie sa budú body deliť počtom opisujúcich. Riešenia treba spísať vrátane postupu, ako si sa k nemu dopracoval, a či a prečo sú to všetky riešenia. Ak na riešenie používaš počítač, treba tiež matematické zdôvodnenie a vysvetlenie, ako program funguje.

Riešenie každého príkladu treba napísať na osobitný papier formátu A4, ktorý má v ľavom hornom rohu hlavičku. Hlavička obsahuje tvoje meno, triedu, školu a číslo príkladu. Ak je jeden príklad na viacerých papieroch, treba papiere očíslovať a zopnúť.

Riešenia pošli na adresu:

*RIEŠKY, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava;*

do termínu uvedeného v zadaniach, pričom je rozhodujúca pečiatka pošty. Riešenia poslané po termíne budú riadne ohodnotené, ale každý deň omeškania bude penalizovaný stratou 10 bodov. Žiaci Gymnázia Grösslingová 18 môžu odovzdať svoje riešenia vedúcemu, ktorý bude v deň termínu cez prestávku od 8:45 do 8:55 stáť pri vrátnici školy. Po tejto prestávke odovzdanie riešení akémukoľvek vedúcemu bude hodnotené ako riešenie odovzdané po termíne. S prvým kolom nám treba poslať aj vyplnenú prihlášku a tri obálky formátu A5, každú s nalepenými známami v hodnote 14 Sk. Nedodržanie týchto povinností (prihláška, hlavičky, obálky) môže byť penalizované stratou do 3 bodov.

Opravené riešenia ti budú zaslané späť aj so zadaniami ďalšieho kola a výsledkovou listinou. Výsledková listina je rozdelená na dve kategórie:

V prvej sú zoradení žiaci Gymnázia Grösslingová 18 a v druhej ostatní riešitelia podľa počtu získaných bodov. Po sérii bude z každej kategórie na sústredenie pozvaných najlepších 10 riešiteľov pod podmienkou, že poslali riešenia tretieho kola a získali celkovo aspoň 80 bodov. Ostatní riešitelia budú na sústredenie pozvaní podľa získaného počtu bodov. Organizátori si vyhradzuju právo prihladiť pri tomto výbere na ročník a iné okolnosti.

Ak sa ti náš seminár páči, neváhaj, a povedz o ňom aj tvojim spolužiakom a kamarátom.

Veľa šťastia pri riešení ti prajú vedúci).

Ak riešite prvýkrát, máme pre vás vzorový príklad a riešenie, ktoré by zaň dostalo 10 bodov.

**Zadanie:** Postupne sú za sebou bez medzier zapísané všetky prirodzené čísla: 12345678910111213... Koľko najmenej CIFIER (pozor, napr. číslo 10 má dve cifry) musím takto napísať, aby sa vo vzniknutom rade nachádzala dvakrát päťica 11111?

**Riešenie za 10 bodov:** Najprv sa zamyslime, či vôbec môže byť v takejto postupnosti dvakrát päťica 11111. Číslo 11111 v tejto postupnosti byť môže, takisto aj napríklad číslo 111110, takže príklad bude mať riešenie. Každá z týchto päťíc bola tvorená iba jedným číslom, ktoré malo aspoň 5 cifier. Číslo 11111 je najmenšie päťciferné číslo obsahujúce túto päťicu jednotiek. Skúsme zistiť, či sa takáto päťica nemôže skladať z menších čísel. Keď má byť päťica cifier zložená z menších čísel, bude zložená aspoň z dvoch za sebou idúcich čísel.

Môže byť päťica zložená z jednociferných čísel? Nie, pretože každé z nich je iné. Z dvojciferných tiež nemôže byť zložená, pretože po čísle 11 nasleduje 12, čím by sa do päťice čísel dostalo číslo 2. Ako je to s trojicifernými? Stačili by na to 2 čísla, pretože dokopy majú dostatočný počet cifier. Chceme, aby prvé číslo končilo dvojicou, alebo trojicou jednotiek a druhé číslo má začínať trojicou, alebo dvojicou jednotiek. Ak má druhé začínať jednotkou, aj prvé ňou musí začínať, keďže je od druhého len o 1 menšie. Pre prvé číslo máme teda jedinu možnosť, a to 111. Druhé číslo bude 112. To je prvý možný výskyt päťice cifier 11111 v rade.

Medzi trojicifernými číslami už ďalšie takéto čísla nenájdeme. Druhý raz teda musí byť päťica 11111 zložená zo štvorciferných čísel. Prvé z nich musí končiť jednou až štyrmi jednotkami, druhé musí začínať zodpovedajúcim počtom jednotiek. Rovnako ako pri trojiciferných, prvé musí tiež začínať jednotkami, čiže to bude číslo 1111 a druhé bude 1112.

Ostáva nám spočítať počet napísaných cifier. To je počet cifier v číslach do 1111 a ešte prvá cifra zo 1112. Jednociferných čísel je spolu 9, dvojciferných 90 (od 10 do 99; každé je z dvoch cifier, spolu majú teda 180 cifier), trojiciferných 900 (2700 cifier), čísel od 1000 do 1111 je 112 (448 cifier), spolu je to  $9+180+2700+448+1=3338$  cifier.

#### Ďalšie dobré rady:

- Ak riešite príklad skúšaním možností, vypíšte ich ozaj všetky, prípadne zdôvodnite, prečo už ďalšie možnosti skúšať nemusíte.
- Ak sa v geometrickom príklade očakáva ako odpoveď nejaké číslo (dĺžka, veľkosť uhla...), narysovať si situáciu a odmerať to nebýva presné riešenie, keď už výsledok viete približne, skúste ho ešte vypočítať presne.
- Ak si myslíte, že príklad nemá riešenie, ukážte, že je to naozaj tak. Niekedy je to správnym riešením.
- Ak nájdete jedno (alebo 2, 3...) riešenie, zdôvodnite, či naozaj žiadne ďalšie správne riešenia neexistujú.
- Ak sa k výsledku prepracúvate nejakým postupom, napíšte nám celý tento postup.
- Nebojte sa pomôcť si pri riešení obrázkom. Mnohokrát to môže vaše riešenie sprehladiť.
- Ak sa pri riešení niektorého príkladu zaseknete a neviete, ako ďalej, pošlite nám, na čo ste prišli a my vám obodujeme aj to. Vždy je lepšie niečo, ako nič.

✂----- Prihláška -----

Meno a priezvisko:

Trieda:

Adresa domov a PSČ:

Adresa do školy a PSČ:

Telefón (aj predvoľba):

Dátum narodenia:

E-mail: