RIEŠKY

matematický korešpondenčný seminár

11. ročník, 2008/2009

Milí Rieškari a Rieškarky,

Už máme po Vianociach a aj po Novom roku, a tak vám teda za všetkých vedúcich prajem ten najkrajší, najzaujímavejší a najláskyplnejší rok.

Viete, niekedy sa zastihnem, ako sa mi nič nechce, mám zlú náladu a na každého len takpovediac vrčím. Potom si však uvedomím, že mi vôbec nemá byť prečo nanič, nie je žiaden rozumný dôvod. Zrazu dokážem v sekunde zmeniť náladu, tešiť sa aj z učenia a domácich prác. Mám všetko, čo potrebujem, priateľov, rodinu, duchaplné činnosti.

Človek sa v každom momente môže rozhodnúť, ako sa bude správať. Preto vám prajem veľkú silu, aby ste videli všetko okolo seba v najlepšom svetle, veď sami potom zbadáte, aký je život úžasný, všetko sa vám darí. Veď minulosť sa nikdy nevráti, preto žime práve pre túto jedinú chvíľu.

Okej, poďme z môjho psychologického príhovoru späť do reality.

Vítam všetkých nových riešiteľov. Táto knižka je pokladom, ktorý pre vás vyrobili naši špecialisti. Ako v každej knižke, čaká na vás niekoľko príkladov, ktoré vás spolu s ďalšími príkladmi dovedú až k nádhernému letnému sústredeniu. Pre nováčikov o tom, čo to sústredenie je, a čo sa tam dá zažiť, si môžete prečítať na našej stránke `http://riesky.sk/`. Dostanú sa tam tí najlepší z vás, a verte mi, že to počítanie stojí za to. A okrem toho, že sa dostanete na sústredenie, obohatíte svoje hlavy o mnoho matematických informácií, čo je veľmi prospešné.

My vás chceme znova vidieť a veľmi sa na vás tešíme, tak sa posnažte, veď váš osud leží vo vašich rukách.

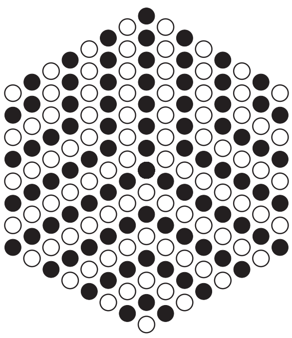
Nádherné nové začiatky čohokoľvek vám praje

Monča

Ako riešiť Riešky

Riešiš Riešky po prvýkrát? Nezískal si v minulom kole toľko bodov, koľko by si si predstavoval? Ak áno, tak smelo čítaj ďalej. Pripravili sme pre teba ukážkový príklad aj s riešením, ktoré by získalo plný počet bodov. Riešenia sme netradične napísali hneď dve, nech máš na výber podľa svojich schopností. Okrem vzorového príkladu dole nájdeš aj pár užitočných Ušiakových rád, ktoré by mal skúsený riešiteľ ovládať. Dosť už rečí, hor sa do čítania.

Príklad: Na klopadle (obrázok 1) bol z bielych a čiernych kameňov vysádzaný šesťuholníkový obrazec. Podobný, ako ten na obrázku, len stranu šesťuholníka tvorilo nie 8, ale až 20 kamienkov. Ktorých kamienkov bolo na klopadle viac, čiernych alebo bielych? O koľko a prečo?



Obrázok 1: Klopadlo

Tento príklad sa dá vyriešiť rôznymi spôsobmi, tak sme vám pripravili dva.

1. spôsob riešenia (ten jednoduchší):
Na pôvodnom klopadle bolo o jeden čierny kameň viac. Predstavme si, že klopadlo tvoríme z „kruhov kamienkov“ okolo stredného čierneho kameňa. Najmenší (prvý) kruh kamienkov okolo jedného stredného kameňa je šesťuholník zo šiestich kamienkov. Okolo prvého kruhu kamienkov je druhý kruh = šesťuholník zložený z 12-tich kamienkov (šesťuholník berieme bez vnútra), a tak ďalej (vyrátaj si aspoň dva ďalšie). Každý šesťuholník (kruh kamienkov) sa skladá z $6n - 6 = 6 \cdot (n-1)$ kamienkov, pričom n je počet kamienkov, ktoré tvoria stranu šesťuholníka. Prečo to nie je $6n$, keď na každej zo šiestich strán je n kamienkov? Lebo každý kamienok vo vrchole rátame do oboch strán, ktoré v ňom končia (rátame ho dvakrát). Vrcholov je 6, preto musíme od $6n$ odrátať ešte 6.

Vieme, že $6 \cdot$ nepárne číslo $=$ párne číslo, a $6 \cdot$ párne číslo $=$ párne číslo. Šesťuholník sa skladá z $6 \cdot (n-1)$ kamienkov, čo je párny počet kamienkov. A keďže sa kamienky v každom šesťuholníku striedajú, je v ňom rovnako veľa bielych aj čiernych kamienkov. A teda pre každé klopadlo by sme rozdiel medzi bielymi a čiernymi kamienkami počítali takto: Keď z klopadla odoberieme posledný (vonkajší) šesťuholník (kruh kamienkov), vznikne klopadlo so stranou o jeden kameň menšou. Ak pôvodné klopadlo malo nejaký počet čiernych a nejaký počet bielych kamienkov, odobraním posledného šesťuholníka (obvodu) sme počet bielych aj počet čiernych znížili o rovnako veľa kamienkov. Tým sme neovplyvnili to, ktorých kamienkov je viac a o koľko. Takto môžeme odobrať aj ďalší šesťuholník (zo zmenšeného klopadla), a potom ďalší a tak ďalej pokračovať, až po stredný čierny kameň. Tento jeden jediný je naviac.

Z toho vyplýva, že keby stranu klopadla tvorilo ľubovoľne veľa kamienkov, v celom klopadle by bolo čiernych kamienkov o jeden viac ako bielych.

2. spôsob riešenia (využívame to, že vyrátame počet čiernych aj bielych kameňov):
Každé klopadlo môžeme rozdeliť pomocou čiernych „pásov“ kamienkov spájajúcich čierne vrcholy na obvode klopadla s čiernym stredom na *tri rovnaké kosoštvorce*. Teraz si všimnime biely vrcholový kamienok. Okolo neho sú „v pásiku tvaru V“ uložené tri čierne kamienky, okolo nich päť bielych kamienkov... Takto sa farby „véčka“ striedajú, pričom nasledujúce má o dva kamienky viac ako to pred ním. No a koľko je týchto „véčkových“ vrstiev? To sa predsa rovná počtu kamienkov na jednej strane klopadla. Ale posledné čierne „véčko“ budeme počítať radšej zvlášť (čo myslíte, prečo to tak spravíme?). Ak by teda strana klopadla mala dĺžku 20 kamienkov, bude tam 10 bielych „véčok“ a teda počet bielych kamienkov v jednom kosoštvorci by bol: $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25 + 29 + 33 + 37 = 190$ a počet všetkých bielych kamienkov: $190 \cdot 3 = 570$.

A počet čiernych kamienkov v jednom kosoštvorci je: $3+7+11+15+19+23+27+31+35 = 171$, aby sme však dostali počet všetkých čiernych kamienkov, nestačí vynásobiť toto číslo tromi, musíme ešte prirátať kamienky z troch „pásov“, ktoré spájajú čierne vrcholy so stredom, ktorými sme 6-uholník vlastne rozdelili. Medzi vrcholom a stredom je 18 kamienkov, vrcholy sú tri a stred je jeden. Takže „pásy“ obsahujú $3 \cdot 18 + 3 + 1 = 58$ kamienkov. Všetkých čiernych kamienkov teda je: $171 \cdot 3 + 58 = 571$.

Z toho vidíme, že pri klopadle, ktoré má dĺžku strany 20 kamienkov je čiernych kameňov o jeden viac ako bielych.

A na záver ešte sľúbené univerzálne Ušiakove rady:

- Ak riešite príklad skúšaním možností, vypíšte ich ozaj všetky, prípadne zdôvodnite, prečo už ďalšie možnosti skúšať nemusíte.
- Ak sa v geometrickom príklade očakáva ako odpoveď nejaké číslo (dĺžka, veľkosť uhla...), narysovať si situáciu a odmerať to nebýva presné riešenie, keď už výsledok viete približne, skúste ho ešte vypočítať presne.
- Ak si myslíte, že príklad nemá riešenie, ukážte, že je to naozaj tak. Niekedy je to správnym riešením.
- Ak nájdete jedno (alebo 2, 3...) riešenie, zdôvodnite, či naozaj žiadne ďalšie správne riešenia neexistujú.
- Ak sa k výsledku prepracovávate nejakým postupom, napíšte nám celý tento postup.
- Nebojte sa pomôcť si pri riešení obrázkom. Mnohokrát to môže vaše riešenie sprehľadniť.
- Ak sa pri riešení niektorého príkladu zaseknete a neviete, ako ďalej, pošlite nám, na čo ste prišli a my vám obodujeme aj to. Vždy je lepšie niečo, ako nič.

Zadania 1. kola letnej série 2008/2009
Termín: 09.03.2009

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 815 69 Bratislava 1

Už tri roky bol profesor Peter Kirling v Egypte. Uprostred púšte pátral po tritisíc rokov starom chráme. Na prvý pohľad to vyzeralo ako veľké zúfalstvo. Veď kto so zdravým rozumom by tri roky strávil v púšti bez rodiny a priateľov?

Skutočne jediným vysvetlením pre tamojších obyvateľov bolo, že sa pomiatol. A profesorovi bolo naozaj jedno, čo si o ňom myslia. Jeho jediným cieľom bolo nájsť tajný zvitok, pomocou ktorého by dokázal zachrániť život svojho otca. Bol to jediný blízky človek na celom svete, ktorého mal. Jeho mama zomrela pri pôrode a tak ho otec vychoval sám. Keďže pracoval v múzeu, nemal príliš veľa času a ani peňazí, a tak vodieval svojho malého syna so sebou do práce. Peter si obľúbil históriu. Najväčšiu radosť mal, keď mu otec dovolil prehrabávať sa v starých zvitkoch ešte z čias starovekého Egypta. Jeden z nich ho obzvlášť zaujal. Písalo sa v ňom o obchodníkovi, ktorý na smrteľnej posteli rozprával o tajnej spoločnosti, o elixíre, ktorý navracia život, o tom ako zvitky s časťami tajného receptu ukryl v rôznych kútoch sveta pri svojich cestách. Spýtal sa na to aj svojho otca a ten mu rozpovedal legendu.

Kedysi dávno vzniklo tajné spoločenstvo alchymistov. Ich cieľom bolo nájsť nejakú hojivú masť, ktorá by pomohla pri akomkoľvek zranení. Založil ho pomerne majetný človek, ktorý mal chuť vydobyť si veľké územie, ale nechcel prísť o svoje peniaze, a taktiež sa bál smrti. A tak zhromaždil skupinu vzdelancov, ktorých presvedčil o dobrých úmysloch, hlavne, že to má byť nápomocné všetkým. Avšak keď sa im už podarilo nájsť tento liek, uvedomili si, že nemôže ktokoľvek držať v rukách takúto moc. Rozhodli sa preskúšať každého, kto má poznať toto tajomstvo, troma úlohami.

Príklad č. 3A (okrem Gamče): Vedľa seba sú tri skrinky, z toho v dvoch sú choroby a strasti a v jednej je múdrosť a poznanie. Na skrinkách sú takéto nápisy:

1. „V tejto skrinke sú choroby a strasti.“
2. „V tejto skrinke je múdrosť a poznanie.“
3. „V druhej skrinke sú choroby a strasti.“

Kde je múdrosť a poznanie, ak je najviac jeden z nápisov pravdivý?

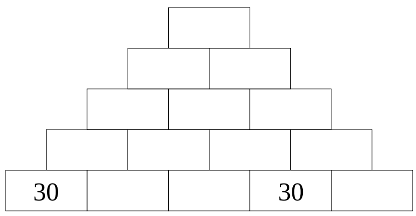
Príklad č. 3B (pre Gamču): Pri sebe sú tri skrinky, z toho v dvoch sú choroby a strasti a v jednej je múdrosť a poznanie. Nápis na skrinke, ktorá obsahuje múdrosť a poznanie je pravdivý, z ostatných dvoch nápisov je aspoň jeden nepravdivý:

1. „V druhej skrinke sú choroby a strasti.“
2. „V tejto skrinke sú choroby a strasti.“
3. „V skrinke číslo 1 sú choroby a strasti.“

Kde je múdrosť a poznanie?

Ak si vybrali správne, v skrinke našli kamennú truhličku, ktorej vrchnák tvorila poschodová pyramída, a zospodu skrinky bol takýto nápis:

Príklad č. 5: Na obrázku 2 je nakreslená päťposchodová pyramída zložená z tehličiek. Na každej tehličke má byť napísané jedno číslo. Pritom musí platiť, že ak tehlička stojí na iných, tak jej číslo je súčtom čísel tehličiek, na ktorých stojí. Okrem čísel, ktoré už sú na obrázku doplnené, vám ešte prezradíme nasledovné informácie: Súčet čísel na spodnom poschodí je 155, na druhom poschodí 236, na treťom je to 341 a na štvrtom 466. Doplňte pyramídu a nájdite všetky možnosti.



Obrázok 2: Pyramída

Skrinka sa otvorila po správnom dopísaní všetkých čísel. Vnútri ležal papyrus s hádankou.

Prémia: Pavúk sedí presne v ⟨⟨*Hájny Grúň je v geografickom . . . Slovenska*⟩⟩ prednej steny kocky, ktorá sa vznáša nad zemou, s hranou dlhou ⟨⟨*Aké číslo električky od 1–14 okrem šestky nepremáva v Bratislave?*⟩⟩ cm. Rád by ulovil ⟨⟨*Horor z roku 1986 s Jeffom Goldblumom*⟩⟩, ktorá sedí na protiľahlej stene kocky (čiže na zadnej) tak, že jej vzdialenosť od spodnej aj pravej steny je ⟨⟨*Koľko eur je 30,126 koruny?*⟩⟩ cm. Popíšte presne, kadiaľ má pavúk liezť, aby ju čo najrýchlejšie chytil, keď vie loziť len po vonkajších stenách kocky.
(K riešeniu napíšte aj celé „doplnené“ zadanie.)

Lenže tu sa ukázalo, aký v skutočnosti je tento majetný človek. Keď sa mu nepodarilo zložiť skúšku, uväznil alchymistov. Chcel ich mučiť, kým mu neprezradia recept. Vtedy sa rozhodli, že tajomstvo rozdelia na štyri časti (štyri zvitky) a poveria niekoho, aby ich dobre ukryl, čo najďalej od seba. Potom mal napísať kľúč, ktorý by odhalil, kde sa nachádzajú. Samozrejme iba správnej osobe. No jediný, kto sa tejto úlohy mohol ujať bez toho, aby si ho niekto všimol, bol malý chlapec z ulice. Nebolo však inej nádeje a tak mu to vysvetlili a modlili sa, aby svoj sľub splnil a postaral sa o toto vzácne dedičstvo. Tu sa príbeh končil. Nikto nevedel, čo sa stalo s chlapcom ďalej.

Peter po čase zabudol. Trápili ho iné starosti. Zomieral mu otec. Mal nehodu, keď sa ponáhľal na jeho promóciu. Pošmykol sa na ľade a nešťastne si udrel hlavu. Odvtedy ležal v kóme. Peter sa obviňoval a pracoval stále viac a viac, aby mohol zaplatiť drahú liečbu. Ale ani tá nepomáhala. Vtedy si spomenul na príbeh z detstva. Začal pátrať a po čase našiel viacero zvitkov o chlapcovi z tohto príbehu.

Krátko po tom, ako ho alchymisti poverili ukrytím zvitkov, sa ho ujal bohatý obchodník, ktorý nemal vlastné deti. Poskytol mu vzdelanie a výchovu. Keď dospel, už aj zabudol na dávny sľub alchymistom. No raz, keď sa prehrabával starými vecami, objavil tieto štyri zvitky. Na všetko si spomenul a rozhodol sa splniť toto posledné želanie odsúdencov. Mal zvláštny pocit, akoby nebola náhoda, že práve jeho v živote postretlo toľko šťastia iba chvíľu po tom, čo dal sľub. Precestoval veľa krajín a ukryl zvitky. Každý ukryl do schránky, ktorá sa otvorila iba po vyriešení úlohy na veku. Na sklonku svojho života zapísal svoj príbeh, v ktorom bol zakódovaný tajný odkaz, kde treba hľadať kľúč.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Obrázok 3: Obyčajný štvorec

9	4		

Obrázok 4: Magický štvorec

Peter rozlúštil kód a dostal sa až do Egypta. Tu narazil na menší problém. Z odkazu jasne vyplývalo, že kľúč sa má nachádzať v chráme, ktorý bol veľmi blízko chlapcovho bydliska. Problém bol v zistení miesta, v ktorom žil. Mal síce názov mesta, ale to už dávno zmizlo z povrchu zemského alebo sa premenovalo. Podľa opisu sa snažil v archívoch nájsť správny chrám. Prezeral tony a tony zvitkov. Nakoniec mu zostalo na výber asi šesť chrámov. Takže ich bolo treba všetky preskúmať. Chcel začať tými, ktoré ešte stáli, no zostal už iba posledný. A navyše jeho poloha nebola tak celkom známa. Nachádzal sa vo veľkom meste, no nedalo sa určiť kde presne. Na vykopávanie celého mesta nemal ani čas a ani prostriedky. Zozbieral čo najviac informácií o meste a podľa snímok sa pokúsil určiť približnú digitálnu podobu. Už stačilo vyrátať iba túto úlohu.

Príklad č. 8A (okrem Gamče): Na papieri je nakreslený osovo súmerný päťuholník s obsahom $45\,\mathrm{cm}^2$, ktorého vrcholy si označíme ako A, B, C, D a E (proti smeru hodinových ručičiek). Tento päťuholník má práve tri pravé uhly – pri vrcholoch A, B a D, a taktiež má práve jednu trojicu strán s rovnakou dĺžkou. Zistite veľkosti zvyšných dvoch vnútorných uhlov tohto päťuholníka a dĺžku niektorej z trojice zhodných strán.

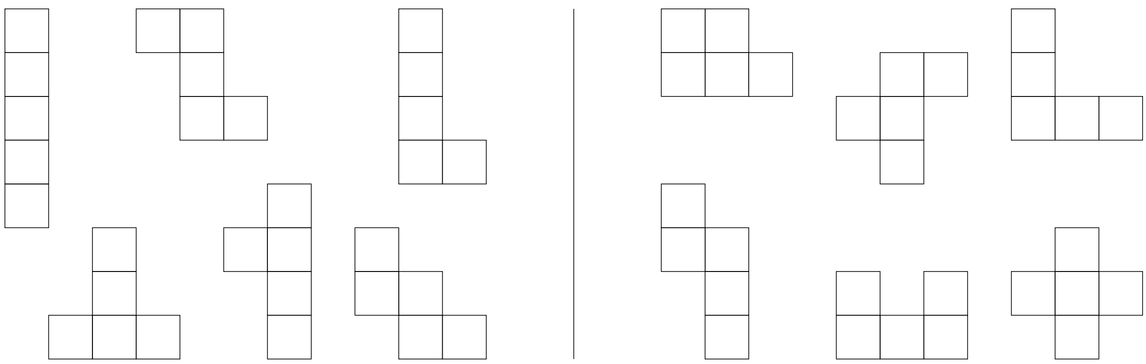
Príklad č. 8B (pre Gamču): Na papieri sú nakreslené dva päťuholníky, každý z nich je osovo súmerný a ich vrcholy sú označené ako A, B, C, D a E (proti smeru hodinových ručičiek). Oba päťuholníky majú práve tri pravé uhly – pri vrcholoch A, B a C. Každý päťuholník má tiež práve jednu trojicu strán s rovnakou dĺžkou, pri prvom päťuholníku tieto strany netvoria súvislý úsek, pri druhom áno. Zistite veľkosti zvyšných dvoch vnútorných uhlov týchto päťuholníkov a dĺžku niektorej z trojice zhodných strán, ak prvý z nich má obsah $27\,\mathrm{cm}^2$ a druhý $5 + 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$.

Začal kopať. Po pár dňoch narazil na základy a zhruba po týždni stál na odkrytých ruinách. Už ich prešiel celé, no nebolo ani známky po tajných dverách či chodbe. Až po chvíli si všimol na zemi štvorčekovú sieť. Keď si pozornejšie prečítal nápisy, objavil úlohu. Pomyslel si, že možno to mu otvorí úkryt kľúča.

Príklad č. 9: Na obrázku 3 máme jeden obyčajný štvorec 4×4, v ktorom sú postupne po riadkoch vpísané čísla od 1 do 16. Do druhého štvorca na obrázku 4 chceme tie isté čísla vpísať tak, aby platilo, že ak sú v jednom štvorci čísla a a b v tom istom riadku, stĺpci alebo uhlopriečke[1], nesmú byť v druhom štvorci v tom istom riadku, stĺpci, ani uhlopriečke. Takisto chceme, aby bol vzniknutý štvorec magický (t.j. aby bol súčet vo všetkých riadkoch, stĺpcoch aj oboch uhlopriečkach rovnaký).

Zatriasla sa zem. Tesne vedľa jeho nôh sa otvoril vstup do podzemia chrámu. Peter chvíľu váhal a potom vošiel. Vôkol neho boli iba pavučiny, zatuchnutý vzduch a pod nohami sa to hmýrilo rôznymi potvorkami. Pred sebou uvidel dlhú chodbu. Na jej konci bola veľká hala. Akonáhle do nej vstúpil, vchod sa uzavrel. Bol v pasci! Dúfal, že tu bude aj ďalší východ. V hale objavil stolík, veľmi ho zaujalo to, čo na ňom uvidel.

Príklad č. 1: Pentomino obsahuje celkom 12 útvarov zložených z piatich štvorčekov. Na obrázku sú tieto útvary rozdelené do dvoch skupín. Z každej zo skupín poskladajte obdĺžnik 5×6 (stačí jedna možnosť z každej skupiny). Časti pentomina môžete otáčať aj preklápať. Môžete si ich skúsiť vystrihnúť a skladať. Nakoniec nám nakreslite ako vyzerajú poskladané obdĺžniky.



Obrázok 5: Dve skupiny pentomín

Bez problémov zvládol splniť úlohu. Podobnými hrami ho totiž preskúšaval otec ešte keď bol malý. No nanešťastie tým asi spustil ďalšiu pascu. Začul hrmot, akoby sa niečo valilo priamo na neho. Zatiaľ nič nevidel, ale nemal z toho dobrý pocit. Chodbou sa začala valiť voda. Peter nemal šťastie. Začal sa topiť. Voda ho vyniesla až úplne ku stropu. Už si myslel, že je to jeho koniec, keď zbadal na strope hádanku.

Príklad č. 6: Nájdi najmenšie prirodzené číslo, ktoré sa skladá len z cifier 0 a 1 a je bezo zvyšku deliteľné každým zo šiestich najmenších prirodzených čísel.

Horúčkovito rozmýšľal, no naozaj netušil, na čo mu to je dobré. Voda už zaplnila celú miestnosť a Peter sa dusil. Vtedy si všimol dva veľké panely s nulou a jednotkou. Z posledných síl vyťukal číslo. Začul výstrel, možno výbuch. Praskla stena a voda vytiekla. Otriasol sa a ťažko lapal dych. To bolo o chlp. No bolo treba pokračovať v hľadaní. Za prasknutou stenou sa nachádzala menšia miestnosť. Okrem jedného stolíka bola úplne prázdna. Na stolíku bola skrinka s hádankou.

Príklad č. 4: Janko už viac ako týždeň chodil každý deň na rybačku. Za ten čas zažil *tri rôzne* úrovne úspechu. Niektoré dni, ktoré zažil, boli obyčajné. V taký deň chytil práve 7 rýb. V niektoré dni sa mu darilo, v každý taký deň chytil rýb až 9. A niektoré dni boli zlé, vtedy ryby príliš nebrali. Jankovi sa ich v každý zlý deň podarilo uloviť len 5. Ak celkovo chytil 53 rýb, koľko zlých dní zažil?

Tešil sa, že sa konečne pohne vpred, no nanešťastie vnútri neležal zvitok papyrusu. Ležal tam stredoveký zvitok. Peter si ho prečítal. Niekto ho predbehol, našiel všetky časti, ale našťastie to nebol žiadny hlupák, ukryl ich u seba v hrade. Takže sa náš milý profesor vydal na nové pátranie po akomsi rytierovi de Flamber. Jediné, čo o ňom zistil, bolo sídlo jeho rodu. Vydal sa do malej dedinky vo francúzskom Provance. Ubytoval sa v malom hostinci. Tam už mesiac podrobne študuje fotky z hradu. Najprv sa bol porozhliadnuť po ruinách. Našiel zopár úlomkov starých pečatí, krčahov, tanierov, zbraní a mince. Podzemie hradu bolo pomerne zachované. Množstvo chodieb, hladomorňa, pivnice. Úplne bežný hrad. Jediné, čo nášho profesora zaujalo, bol obraz popíjania vína a bujarej zábavy vo výčape. Pod maľbou bola zaujímavá hádanka.

Príklad č. 2: Unavení jedlom sa rytieri chopili džbánkov s medovinou. Borek vraví: „Plný džbán s medovinou váži poctivých 5 libier.“ „V rovnakých džbánkoch som videl v podhradí olej predávať a iba tri a pol libry vážil plný džbán,“ vraví Tomáš. „To je preto, že olej je dvakrát ľahší ako stará medovina,“ vysvetlil Odolen. A knieža dodal: „Konečne viem dosť, aby som mohol povedať koľko prázdny džbán váži.“ Koľko teda váži prázdny džbán? Ako to knieža zistil?

Raz večer, keď smutne sedel nad svojou polievkou, si k nemu prisadol čudný starček. Peter ho tu vídaval každý večer. Prihovoril sa mu:

„Mám informácie, ktoré by vás určite zaujímali.“ Peter pochyboval o tom, že by tento podivín mohol niečo vedieť. Ale vo svojom pátraní uviazol na mŕtvom bode. Počúval ďalej.

„Vy hľadáte informácie o istom rytierovi. Nemám pravdu?“

„Áno, nemýlite sa,“ odvetil Peter, „povedzte mi, čo viete,“ a prosebne pozrel na starca. Ten sa pousmial a hovorí:

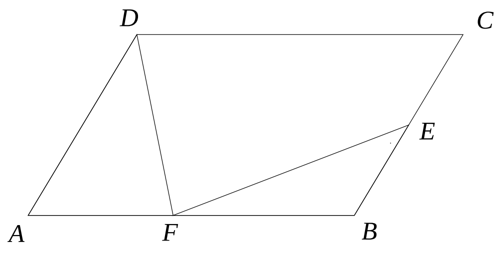
„Informácie majú svoju cenu, to iste viete, keď ste profesor.“

„Čo za to chcete?“ nedočkavo sa opýtal Peter.

„Nuž, nepohrdol by som vašimi hodinkami.“ Peter sa zarazil. Na čo mu budú tie hodinky? Patrili jeho otcovi, takže nemal veľkú chuť ich dať cudziemu.

„Nechceli by ste radšej niečo iné?“ No starec zaryto krútil hlavou. Nepohlo ním nič. Chcel iba tie hodinky. Peter mu ich napokon dal, veď jeho otec by to určite pochopil. Starca neskutočne bavilo naťahovať ho a tak mu dal úlohu, ktorou sa vraj trápi už dlhé roky. Ak mu ju pomôže vyriešiť, povie mu všetko, čo vie. Hodinky si samozrejme nechá.

Príklad č. 7: Máme nakreslený rovnobežník $ABCD$ ako na obrázku 6. Bod E je stred strany BC. Na úsečke AB si zvoľme ľubovoľný bod F, rôzny od krajných bodov. Zistite obsah trojuholníka CDF, ak viete, že obsah trojuholníka AFD je $15\,\mathrm{cm}^2$ a obsah trojuholníka FBE je $14\,\mathrm{cm}^2$.



Obrázok 6: Rovnobežník $ABCD$

Dozvedel sa, že sídlo rodiny tohto rytiera bolo na hrade, kde pátral. Avšak on žil kdesi v Španielsku s rodinou svojej manželky. Dal mu aj konkrétnu polohu a odišiel. Peter sa zbalil a ponáhľal sa na letisko. Niežeby bol presvedčený o pravdivosti informácií, ktoré získal, no nemal čo stratiť.

V ten deň bolo skutočne otrasné počasie. Pršalo, nepríjemne fúkalo a bolo celkom chladno. No počas letu sa zhoršilo viac než hocikto predpokladal. Lietadlo muselo núdzovo pristáť niekde v Pyrenejách. . .

[1] jedna uhlopriečka vedie z ľavého horného do pravého dolného rohu, druhá z pravého horného do ľavého dolného rohu

Pravidlá

Za rok sú dve série, zimná a letná. Každá séria sa skladá z troch kôl a každé kolo z deviatich príkladov a prémie. Príklady sú bodované na škále od 0 do 10 bodov, a za prémiu môžeš získať 0 až 6 bodov. Pre každý ročník je určených **päť príkladov**:

5. ročník, príma	príklady č. 1, 2, 3, 4, 5
6. ročník, sekunda	príklady č. 2, 3, 4, 5, 6
7. ročník, tercia	príklady č. 3, 4, 5, 6, 7
8. ročník	príklady č. 4, 5, 6, 7, 8
9. ročník, kvarta	príklady č. 5, 6, 7, 8, 9

avšak každá kategória **môže** riešiť **aj vyššie príklady a prémiu**. Do výsledkovej listiny sa ti zaráta 5 najlepších príkladov a prémia. Príklady č. 3 a 8 sú v dvoch verziách. **Verzia B** je určená **žiakom Gymnázia Grösslingová 18** a **verzia A** je **pre žiakov ostatných škôl**, pričom môžu riešiť aj verziu B. Do hodnotenia sa im započíta tá, za ktorú dostanú viac bodov.

Prémia sa nelíši od ostatných príkladov len v počte bodov, ktoré za ňu možno získať, ale aj mierne odlišným zadaním. Namiesto niektorých údajov je v ňom zátvorka s informáciou, podľa ktorej možno tento údaj zistiť. Veta v zadaní prémie teda môže vyzerať napríklad takto:

> Janko s Marienkou mali spolu ⟪*Počet dní v týždni*⟫ detí, z ktorých najmladším bol Kubko narodený v roku ⟪*Názov románu anglického spisovateľa Georga Orwella s hlavnou postavou Winstona Smitha*⟫.

Predtým ako začneš riešiť samotnú prémiu, budeš musieť zistiť odpovede na tieto hádanky. Napríklad, uvedená veta bude po vyriešení hádaniek zo zátvoriek vyzerať nasledovne:

> Janko s Marienkou mali spolu 7 detí, z ktorých najmladším bol Kubko narodený v roku 1984.

Príklady rieš samostatne, za skupinové riešenia a opisovanie sa budú body deliť počtom opisujúcich. Riešenia treba spísať vrátane postupu, ako si sa k nemu dopracoval, a či a prečo sú to všetky riešenia. Ak na riešenie používaš počítač, treba tiež matematické zdôvodnenie a vysvetlenie, ako program funguje.

Riešenie každého príkladu treba napísať **na osobitný papier formátu A4**, ktorý má v ***ľavom hornom rohu*** **hlavičku**. Hlavička obsahuje tvoje meno, triedu, školu a číslo príkladu. Ak je jeden príklad na viacerých papieroch, treba papiere **očíslovať a zopnúť**.

Riešenia pošli na adresu:

Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 815 69 Bratislava 1

do termínu uvedeného v zadaniach, pričom je rozhodujúca pečiatka pošty. Riešenia poslané po termíne budú riadne ohodnotené, ale každý deň omeškania bude penalizovaný stratou 10 bodov. Žiaci Gymnázia Grösslingová 18 môžu odovzdať svoje riešenia vedúcemu, ktorý bude v deň termínu cez prestávku od 8:45 do 8:55 stáť pri vrátnici školy. Po tejto prestávke odovzdanie riešení akémukoľvek vedúcemu bude hodnotené ako riešenie odovzdané po termíne.

S prvým kolom nám treba poslať aj vyplnenú **prihlášku** a **tri obálky formátu C5**, každú **s nalepenými známkami** v hodnote 0,46 €. Nedodržanie týchto povinností (prihláška, hlavičky, obálky) môže byť penalizované stratou do 3 bodov, v každom kole. (To znamená, že ak od teba nedostaneme obálky a prihlášku ani po druhom kole, opäť ti strhneme 3 body.)

Opravené riešenia ti budú zaslané späť aj so zadaniami ďalšieho kola a výsledkovou listinou. Výsledková listina je rozdelená na dve kategórie:
V prvej sú zoradení žiaci Gymnázia Grösslingová 18 a v druhej ostatní riešitelia podľa počtu získaných bodov. Po sérii **bude** z každej kategórie **na sústredenie pozvaných** najlepších 10 riešiteľov pod podmienkou, že poslali riešenia tretieho kola a získali celkovo aspoň 80 bodov. Ostatní riešitelia budú na sústredenie pozvaní podľa získaného počtu bodov. Organizátori si vyhradzujú právo prihliadnuť pri tomto výbere na ročník a iné okolnosti.

Ak sa ti náš seminár páči, neváhaj, a povedz o ňom aj tvojim spolužiakom a kamarátom.

Veľa šťastia pri riešení ti prajú

Vedúci

. . . .

Prihláška – Riešky, 11. ročník, 2008/2009 (VYPLŇTE PALIČKOVÝM PÍSMOM):

Meno a priezvisko: ________________________ Trieda: ________________________

Adresa domov a PSČ: ____

Adresa do školy a PSČ: ____

Telefón (aj predvoľba): ________________________ Dátum narodenia: ________________________

E-mail: ________________________ ICQ/Jabber: ________________________