

Zadania 2. kola zimnej série 2011/2012

Termín: 07.11.2011

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

23. september 2010

Neustále váham, akým spôsobom, a či vôbec, prezentovať svoje obavy ostatným. Po prvé, nemám žiadne dôkazy a po druhé, neviem, ako by zareagovali. Možno by ma dokonca pokladali za bláznivého. Naozaj neviem, čo ďalej. A najhoršie na všetkom (aspoň z môjho uhla pohľadu) je, že sa stále nachádzame v meste Baal.

Pôvodne sme mali odísť už včera. Ale starosta (je jasné že to nie je ich pomenovanie, ale vzhľadom na funkcie, ktoré plní, je to podľa mňa najvýstižnejšie) nám s radosťou oznámil, že smieme zostať, ako dlho chceme. Na moje prekvapenie sme túto ponuku nadšene prijali (teda až na mňa, avšak ostatní to pripísali môjmu úrazu).

24. september 2010

Asi som tu jediný, čo má oči otvorené a vníma, čo sa tu deje. Ráno som sa rozhodol vydať sa na prieskum okolia. Aspoň to som povedal Susan, ale v skutočnosti som chcel byť chvíľu sám a porozmýšľať o všetkom.

Bol som naozaj šokovaný, keď som sa nedokázal dostať cez ochranný štít mesta. Rovnako, ako pri vchádzaní, aj pri vychádzaní je potrebné vyriešiť úlohu.

Nuž, dostal som takúto.

Príklad č. 6: Máme veľmi zaujímavé štvorciferné číslo. Je deliteľné dvoma, tromi, štyrmi aj piatimi. Navyše, platí, že:

- Ak by sme z neho škrtili prvú cifru (na mieste tisícok), zvyšné trojciferné číslo by stále zostalo deliteľné dvoma,
- ak by sme z neho škrtili druhú cifru, zvyšné trojciferné číslo by stále zostalo deliteľné tromi,
- ak by sme z neho škrtili tretiu cifru, zvyšné trojciferné číslo by stále zostalo deliteľné štyrmi,
- ak by sme z neho škrtili štvrtú cifru, zvyšné trojciferné číslo by stále zostalo deliteľné piatimi.

Aké číslo to môže byť? Nájdite všetky možnosti.

Podľa môjho názoru veľmi pekná a celkom jednoduchá úloha. Vyriešil som ju, ale nič sa nestalo. Nedostal som sa von. Pár minút na to pribehol strážnik. Celý červený a udychčaný mi oznamoval, že nastal skrat kdesi v uzle 4 v mieste A3. Rozhodne to vyzeralo ako vážna chyba. Neostávalo mi nič iné, ako sa vrátiť späť do mesta.

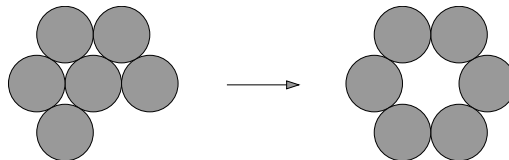
Keď som prišiel na námestie, zábava už bola v plnom prúde. So zvedavosťou som sa vydal smerom k Simonovi. Vysvetlil mi, že toto je ďalšia z klasických integrálových hier. Má množstvo stupňov, hrá sa s kockami. Začína sa vždy na prvom stupni s klasickými kockami (s číslami 1 až 6) a potom sa posúvaš po stupňoch. Najvyšší je 47, kde sa hrá s kockami, čo majú čísla 1 až 47. Zatiaľ mi však vedel povedať iba pravidlá prvého stupňa.

Príklad č. 2: Hráme hru s piatimi klasickými kockami s číslami 1 až 6. Hodíme naraz všetkými piatimi, pozrieme sa na čísla, ktoré padli, a vypočítame výsledné skóre. Každú hodnotu, ktorá padla iba raz, započítame jedenkrát, a hodnotu, ktorá padla aj na inej kocke, započítame trikrát (teda ak by padli čísla 2, 3, 3, 4, 4, hodnota bude $2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 44$, ak by padli čísla 2, 3, 4, 4, 4, výsledná hodnota bude $2 + 3 + 3 \cdot (4 + 4 + 4) = 41$). Aká najmenšia výsledná hodnota môže takto padnúť?

Príliš ma táto hra nezaujala, a tak som sa vybral naspäť do domu. Nemal som žiadnu predstavu, čo budem robiť. Po pár minútach rozmýšľania mi napadli tieto tri veci: Buď môžem zostať tu, sám, a rozmýšľať o mojich teóriách, alebo môžem ísť do mesta a pozorovať miestnych obyvateľov. Alebo, a táto myšlienka mi napadla ako posledná, môžem ísť do archívu.

Áno, táto možnosť sa mi pozdávala zo všetkých najviac. Avšak naozaj som nevedel kde sa nachádza archív, a ako prísne je strážený. Nenapadlo mi nič lepšie, ako sa vybrať za starostom. Jeho dom sa nachádza nedaľeko toho nášho. Samozrejme som ho v ňom nenašiel, pravdepodobne bol na námestí, ako všetci ostatní. Chcel som ho ísť pohľadať, avšak počet osôb na námestí sa ešte zväčšil. Začali hrať ešte jednu minihru.

Prémia: Úlohou bolo popresúvať kruhy (boli uložené tak ako vidíte na obrázku 1) z usporiadania na ľavej strane do usporiadania na pravej strane obrázku. Pri presúvaní sa kruh, ktorý bol presúvaný, musel neustále dotýkať aspoň jedného z ostatných. Po presunutí sa musel dotýkať minimálne dvoch iných kruhov a v jednom momente bolo možné presúvať iba jeden kruh. Vedeli by ste povedať, na koľko najmenej posunov sa to dalo urobiť?



Obr. 1: Kruhy

(K tejto úlohe stačí napísať, aké posuny ste vykonali, aby ste sa dostali k výslednému počtu posunov.)

Aj napriek tomu, že som sa po námestí prechádzal minimálne pol hodinu, starostu som nikde nezazrel. A vtedy ma napadlo, že možno by som sa mohol poobzerať po dome. Aj tak ma nikto nevidí, všetci sa dobre zabávajú. Vošiel som dnu cez hlavný vchod. Ocitol som sa v dlhej chodbe s mnohými dverami. Vôbec to nevyzeralo ako dom. Pokúsil som sa otvoriť prvé dvere napravo. Zavreté. Skúsil som tie vedľa, a aj tie ďalšie. Stále nič. Všetky boli zavreté. Najviac ma prekvapilo, že som nikde nevidel schodisko. Tento dom totiž zvonku vyzeral tak, že má aspoň tri poschodia a ešte aj povalu.

Môj pokus prezrieť si starostov dom teda vôbec nevyšiel. Bol som na druhom konci chodby. Kráčal som späť smerom k dverám. Začínal som mať zlý pocit, skoby ma niekto sledoval. Obzrel som sa, no nič som nevidel. Otočil som sa späť, ale chodba vyzerala rovnako na jednej aj druhej strane. Vôbec som nevedel, ktorými dverami som vošiel.

Opäť som skúšal otvárať všetky dvere. Zatvorené. Nebol som si však vôbec istý, či som vyskúšal všetky. Neustále som mal pocit, že otváram tie isté dvere, a vždy, keď som sa vybral na jeden koniec, som mal pocit, že za mnou niekto kráča. Obzrel som sa. Nikto tam síce nebol, no opäť som sa ocitol uprostred chodby.

Chytala ma panika. Sadol som si a zavrel oči. Dúfal som, že sa mi to možno iba sníva. No keď som otvoril oči, chodba tam stále bola, nezmenená.

Neviem, ako dlho som tam takto sedel, a aj keď to určite nebolo viac, ako tri hodiny, mne to prišlo ako večnosť. Zrazu sa ozval hlas. Hovoril mi, aby som sa upokojil a počúval ho. Vraj som spustil bezpečnostný systém, ktorý ma uväznil v pivnici. Stačí, keď splním úlohu napísanú na dverách. Nevedel som, či som sa zbláznil, ale nemal som čo stratiť.

Vstal som a pozrel som sa na dvere. Bol by som prisahal, že predtým na tých dverách nebolo nič napísané. Keď som sa na ne dlhšie pozeral, začali sa tam objavovať písmeňá.

Príklad č. 7: Odmocnina si nakreslil pravidelný deväťuholník (teda taký, ktorý mal všetky strany aj uhly pri vrcholoch rovnaké). Vrcholy označil postupne A_1, A_2, A_3, \dots , až A_9 . Potom si označil 7 uhlov pri vrchole A_1 , postupne $A_9A_1A_2, A_9A_1A_3, A_9A_1A_4, \dots$, až $A_9A_1A_8$ a sčítal veľkosti týchto uhlov. Ak chceš prejsť týmito dverami, napíš správny súčet. Čo by ste na dvere napísali vy?

Neváhal som ani sekundu a napísal som na dvere ceruzkou, čo som mal vo vrecku, správny výsledok. Dvere sa otvorili a ja som sa ocitol v bielej a veľmi svetlej miestnosti. Nevidel som však žiadne okná a prekvapivo ani dvere, dokonca ani žiaden zdroj svetla. Mal som pocit, že samotné steny akoby vysielali biele žiarenie.

Obzeral som sa naokolo. Stále viac som nadobúdala pocit, že sa už nenachádzam v dome, ale v nejakom čudnom priestore, niekde mimo všetkého. Rozbehol som sa jedným smerom. Predpokladal som, že v nejakom momente by som mal naraziť aspoň na nejakú hranicu, keď už nie na stenu. Nestalo sa. Zastal som, no všetko vyzeralo úplne rovnako. Všade naokolo som videl len žiarivé biele svetlo.

Klamali ma snád' zmysly? Sústredil som sa na jedno miesto. Akoby sa tam niečo hýbalo, niečo biele... No neviem, fakt som si pripadal, akoby mi už úplne prestával fungovať mozog. Ale na tom mieste sa naozaj niečo hýbalo. Vyzeralo to, že to ide smerom ku mne. Stále sa to približovalo. Bolo to oveľa svetlejšie, než zvyšok priestoru. Nakoniec som dospel k nasledujúcim zisteniam.

Príklad č. 8: V miestnosti sa nachádzalo niekoľko bielych duchov (viac ako jeden). Všetci mali na rukách rovnaký počet prstov (spolu viac ako jeden), ale iný na pravej a iný na ľavej. Zároveň mali na každej ruke aspoň 1 prst. Ak by som prezradil celkový počet prstov v miestnosti, so stopercentnou istotou by si vedel/a jednoznačne určiť počet týchto duchov. Takže koľko je tých duchov ak vieme, že počet všetkých prstov je číslo medzi 200 a 300?

Neviem, čo by som robil ďalej, ak by sa tam neobjavila Susan. Úplne odnikiaľ sa otvorili dvere, ktoré ju vpustili dnu. Znie to zvlášť, ale naozaj to bolo tak. Vo dverách stála Susan a kričala na mňa. Vôbec som jej nerozumel, ale rozbehol som sa k nej. Veľmi som sa obával, že je to len ďalšia halucinácia.

Našťastie nie. Dvere, ktorými sme vyšli, viedli rovno na námestie. Bol už večer, a ani ľudí tu už nebolo toľko. Susan na mňa zdesene pozerala. Nechápal som ju. Nerozprávali sme sa, bol som príliš unavený. Očividne to Susan pochopila a zamierili sme rovno do nášho domu.

Nechcelo sa mi nič vysvetľovať. Vyšiel som hore do svojej izby, a v momente, ako som si ľahol, som zaspal.

25. september 2010

Včerajšok som skoro celý prespal. Zobudil som sa až niekedy k večeru, ale pravdepodobne by som sa nezobudil ani vtedy, nebyť strašného hluku prichádzajúceho z vonku.

Rýchlo som sa obliekol a bežal za krikom. Keď som prišiel na námestie, naskytol sa mi skutočne zaujímavý pohľad. Skupinka desiatich Integrálov stála oproti skupinke piatich. Bolo jasné, že sa hádajú kvôli niečomu veľkému. Keď som sa k nim priblížil, zbadal som pravdepodobnú príčinu hádky. Na zemi vedľa nich ležali rôzne veľké kusy skla. Možno rozbitá socha. A vtedy som si spomenul, že keď sme sem prišli, na námestí bola akási socha, nie veľmi veľká, no vraj mala ochrannú moc. Musím sa priznať, že som príliš nepočúval. Avšak na mieste, kde sa táto socha mala nachádzať bolo iba množstvo skla.

Príklad č. 3: Zatiaľ zistili iba to, že ju niekto musel rozbiť kameňom. Mali piatich podozrivých, pričom vedeli, že jeden z nich to určite urobil. Každý z podozrivých vyslovil práve tri výroky - dva pravdivé a jeden nepravdivý.

Samuel povedal: „Som nevinný.“ „Nikdy som nič nezničil kameňom.“ „Urobil to Ján.“

Ctirad povedal: „Neurobil som žiadnu škodu.“ „Socha bola na námestí.“ „Osvald nie je mojím priateľom.“

Boris povedal: „Som nevinný.“ „Osvalda som nikdy predtým nevidel.“ „Ján je vinný.“

Ján povedal: „Nehodil som tým kameňom.“ „Urobil to Osvald.“ „Samuel nehovoril pravdu, keď povedal, že som to urobil ja.“

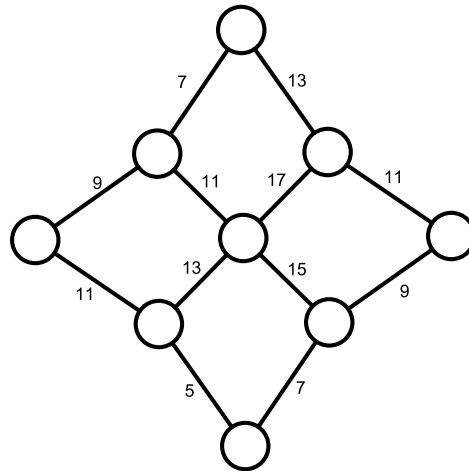
Osvald povedal: „Som nevinný.“ „Ctirad je vinný.“ „Boris a ja sme starí priatelia.“

Kto rozbil sochu?

Očividne som v tomto prípade nemal ako pomôcť, a tak som sa rozhodol opäť skúsiť šťastie u starostu. Na počudovanie som tam miesto starostu našiel strážnika, ktorý mi prednedávnom ohlásil skrat v štíte mesta. Nedalo mi to, a tak som sa ho na tú drobnú závalu spýtal. Vyzeral dosť prekvapený, akoby ani nevedel, o čom hovorím. Potom sa na mňa tak zvlášťne pozrel a zrazu ma začal uisťovať, že už všetko vyriešili.

Starosta tu nebol, preto som sa rozhodol pre ten prieskum, ktorý mi naposledy nevyšiel. Opäť som sa vybral smerom z mesta. Podľa očakávania ma zastavil štít, ktorý po mne požadoval riešenie úlohy.

Príklad č. 1: Do krúžkov na obrázku 2 doplň čísla od 1 po 9 práve raz tak, aby sa súčet čísel v dvoch ľubovoľných susediacich kružniciach rovnal číslu napísanému medzi nimi.



Obr. 2: Hviezda

Poľahky som úlohu zvládol, a nič. Opäť ku mne pribehol udychčaný strážnik. Opäť mi tvrdil, že je problém v uzle číslo 4. Pripadalo mi to až príliš podozrivé. Spýtal som sa ho prečo je problém znova na tom istom mieste. Pozeral sa na mňa ako na blázna a presvedčal ma, že žiadny problém na tomto úseku nebol. A rozhodne nie včera.

Bol som z toho zmätený. Ten strážnik sa tváril, akoby ma v živote nevidel. Pomaly som sa vracal k domu. Začínal som mať obavy, či sa z tohto mesta vôbec niekedy dostanem von. Rozhodne tu nebolo nič v poriadku. Musel som nájsť Susan, Simona a Jeana a všetko im porozprávať.

Ako prvú som zbadal Susan. Rozbehol som sa k nej, nechcel som strácať ani sekundu. Niečo mi hovorilo, že nemám veľa času. Až keď som bežal cez námestie všimol som si, že vôbec nie je večer ale práve naopak, že je pravdepodobne ani nie obed.

Mohol som byť až natoľko zmätený, že som si nevšimol, že je ráno, keď som vstal? Susan vystrašil môj neprítomný pohľad. Spýtala sa ma, či som v poriadku.

Sám som nevedel, čo na to povedať, tak som sa jej radšej spýtal, koľko času prešlo od vtedy, čo ma vytiahla zo starostovho domu. Susan na mňa prekvapene pozerala. Vôbec netušila, o čom hovorím. Vraj som jej ráno povedal, že idem na prieskum okolia, a od vtedy ma nevidela.

Neveril som vlastným ušiam. Vraj dnes ráno. Ale veď to bolo včera, alebo predvčerom? Bol som príšerne zmätený. Čo teraz? Moja hlava išla explodovať. Už som mal pocit, že neviem ani kto som, ani kde som. Nevedel som vôbec nič.

Susan stála pri mne, skúmavo si ma prezerala a chcela mi pomôcť. Ale čo som jej mal povedať? Radšej nič. A tak som sa spýtal, čo má v pláne. A ona veľmi neochotne vysvetlila, že sa práve chystala na predstavenie na námestí. Očividne chcela skôr zistiť, čo je so mnou, ale bola rada, že ma má aspoň na očiach.

Keď sme sa dostali na miesto, práve začal jeden z vrcholných kúskov, aspoň to tvrdili všetci naokolo.

Príklad č. 4: Magič Kozzy predvádzal úchvatný trik. Svojej šarmantnej asistentke Katke dal niekoľko inštrukcií:

1. Mysli si trojciferné číslo.
2. Cifru na mieste jednotiek vynásob piatimi.
3. K výsledku pripočítaj 9.
4. Celé to vynásob 40.
5. Pripočítaj dvojnásobok cifry na mieste desiatok pôvodného čísla.
6. Odpočítaj 340.
7. Celé to vynásob piatimi.
8. Pripočítaj číslo na mieste stoviek pôvodného čísla a k tomu celému pripočítaj ešte 11.
9. Povedz mi výsledok.

Keď Katka povedala výsledok 9185, Kozzy hneď vedel, aké číslo si myslela. Aké číslo to bolo a ako to len mohol vedieť?

Nemôžem povedať, že som príliš sledoval, čo sa dialo naokolo. Stále som si to prehrával dookola v hlave. Vstal som, išiel som za Susan, povedal som jej, že idem na prieskum. Potom som sa dostal ku štítu, ten ma nepustil ďalej, hoci som vyriešil úlohu. Potom pribehol zvláštny chlapík a hovoril niečo o skrate. Vrátil som sa späť. Išiel som za starostom. Nebol doma. Hľadal som ho. Nenašiel som ho. Rozhodol som sa preskúmať dom. Dostal som sa do chodby. Počul som hlas. Vyriešil som úlohu na dverách. Dostal som sa do bieleho priestoru. Susan ma našla. Vrátili sme sa do domu. Spal som. Zobudil sa a možno bol večer. Išiel som za starostom. Stretol som divného chlapíka. Vraj je štít už opravený. Opäť pri štíte. Žiaden úspech. Znova ten istý chlapík s tou istou správou o chybe. Akoby sa znova opakoval včerajšok. Vrátil som sa. Našiel som Susan. Nepamätala si nič okrem toho, že som vravel, že idem na prieskum okolia.

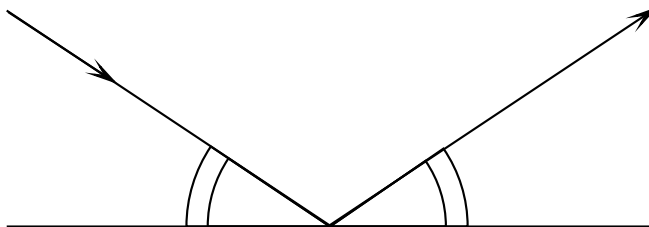
Jediné vysvetlenie, ktoré mi napadlo bolo, že sa znova opakuje ten istý deň. Ale veď to je úplné šialenstvo. Veď to nie je fyzicky možné. Kde sa to začalo? Musím sa vrátiť k štítu. Myslím, že to začalo tam.

Stojím tu a píšem všetky moje myšlienky, ale neviem tomu prísť na koreň. Obávam sa znova sa pokúsiť prejsť štítom. Čo ak to... Vlastne ani neviem, čo by to so mnou mohlo urobiť, pokiaľ je vôbec problém v štíte, a nie vo mne. Alebo v niečom inom. Je to číre bláznovstvo. Štípem sa do ruky v nádeji, že sa mi to len sníva, ale nepomáha. Miesto prebudenia mi iba modrá predlaktie, do ktorého som sa štipol už asi tak biliónkrát.

Neodvážil som sa prejsť štítom. Vraciam sa späť na námestie, už je naozaj večer, aspoň to tak vyzerá. Hneď ako ma Susan zbadá, beží ku mne. Ani sa neunúva hovoriť so mnou, len ma ťahá smerom k Simonovi a Jeanovi. Asi mi chcú prehovoriť do duše. To je naozaj to posledné, po čom momentálne túžim. A rozhodne im nebudem nič vysvetľovať, ešte si pomyslia, že som chorý, a potom už vôbec nebudem mať šancu vyriešiť tento drobný problém. A možno ak sa nepriblížim k bráne, všetko sa udeje úplne normálne a zajtra bude iný deň.

Konečne sme prišli k Simonovi a Jeanovi. Zaujal som kajúcnu pozíciu a pokúšal som sa tváriť úplne bezstarostne a pokojne. Avšak to, čo prišlo som vôbec nečakal. Miesto siahodlkej prednášky, že som bez vysvetlenia odišiel, mi povedali, že sa musíme poponáhľať, pretože o chvíľu začne špeciálna show na našu počesť. Div mi oči z jamiiek nevypadli. Tak som sa radšej ešte viac sústredil na bezstarostný výraz v tvári. V priebehu pár minút sme stáli pri sklenenom trojuholníku. Show prebiehala nasledovne.

Príklad č. 5: Máme trojuholník ABC , ktorého uhly pri vrcholoch B a C majú veľkosť 65° . Z vrcholu A vyšleme lúč, ktorý sa odráža od stien. Lúč sa odráža ideálne, teda keď dopadne na nejakú stenu, odrazí sa pod tým istým uhlom, pod akým dopadol, tak ako je to znázornené na obrázku 3. Lúč najprv smeroval z bodu A na stranu BC , kde sa v bode D odrazil smerom k strane AB . Tam sa v bode E odrazil smerom k strane AC . Na stranu AC lúč dopadol v bode F , a odrazil sa späť do bodu E , odtiaľ do D a nakoniec sa vrátil do bodu A . Zistíte pod akým uhlom sme lúč vyslali z bodu A , teda zistíte veľkosť uhla BAD .



Obr. 3: Uhol dopadu a odrazu

Takže som odsledoval túto show, ako ju nazvali, ale to posledné, čo sa mi chcelo robiť, bolo rátať akýsi uhol. Prenechal som túto úlohu svojim priateľom, ktorých to fascinovalo viac, než bolo podľa mňa normálne. Neviem, čo spôsobilo zmenu v ich správaní, ale bol som si nadmieru istý, že pokiaľ by ste napríklad Susan pred takým mesiacom ukázali podobnú úlohu, nechápavo by na vás pozrela a spýtala sa, že čo s tým ako má robiť, a prečo by ju to malo zaujímať.

Rozhodol som sa otestovať svoju teóriu. Možno ak pôjdem teraz spať normálne do domu, tak keď sa ráno zobudím, všetko bude v poriadku.

Je ráno. Na prvý pohľad vyzerá všetko normálne. Nie som si síce istý, aký je deň, ale čoskoro sa uvidí.

Nefungovalo to. Vyšiel som von a tí ľudia tam zase hrali s tými kockami. Idem k štítu, už tým nič nemôžem pokaziť.

Prišiel som k štítu, ale ešte som ani nedostal zadanie úlohy, keď ku mne pribehol chlapík hlásiaci chybu. Začínalo sa to zhoršovať. Bežal som do mesta. Musím nájsť starostu. Nech sa deje čokoľvek, myslím, že on je ten, ktorý vie o miestnych zvláštnostiach najviac. Aspoň dúfam, lebo inak už fakt neviem.

Dobehol som na námestie. Už sa stmievalo. Simon stál zrazu pri mne. Ani neviem odkiaľ prišiel. Ťahal ma za ruku. Možno zase na ten lúč? Stojím na trávniku. Neviem prečo, ani ako, ale Susan mi zrazu hovorí niečo o hre. Tuším niečo takéto.

Príklad č. 9: Dnes tu počas celého dňa hralo 8 tímov, A, B, C, D, E, F, G, H . Akosi sa od začiatku vedelo, že tím, ktorý je v abecede skôr, vždy porazí tím, ktorý je ďalej. Vedelo sa aj, že budú hrať pavúka, nevedeli však rozloženie do úvodného kola, to bolo našťastie náhodné. Avšak okrem tých, čo hrali, tu bolo aj množstvo fanúšikov. Kto má akú pravdepodobnosť, že uvidí svoj tím vo finále?

Ani neviem ako, ale znova som stál pri štíte a rozprával som sa s tým strážnikom. Už som začínal byť naozaj zúfalý. Akoby sa ten deň nielenže opakoval, ale ešte aj zrýchľoval. Nevedel som, za kým ísť, a ani čo robiť.