

## Zadania 3. kola zimnej série 2011/2012

### Termín: 28.11.2011

**Naša adresa:** Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Susan, Simon a Jean sa zobudili pomerne skoro ráno. V pokoji sa naraňajkovali a zberali sa von na námestie, kde sa zakaždým niečo dialo. Narozdiel od Paula ich nezafažovala otázka návratu domov. Sami tomu nerozumeli, ale ani sa nesnažili nad tým zamýšľať. Na druhej strane tu bol Paul, ktorý síce neprehovoril ani slova, avšak jeho správanie bolo trochu odmeranejšie a rozhodne uvažoval viac, než bolo pre túto akciu nutné. Jedným z varovných signálov bola jeho túžba dostať sa z mesta na prieskum.

V tomto štádiu operácie bolo netolerovateľné, aby sa vzdialil od zdroja. Potrebovali sme iba istým spôsobom zamestnať jeho myseľ, aby nerozmýšľala príliš nad situáciou, v ktorej sa nachádzali. Samozrejme sme chceli použiť nejaký jemnejší prostriedok, aby sme nespôsobili poškodenie, ani to najmenšie.

Práve preto sme sa rozhodli pre krátke UV ožiarenie v spojení s nami vyvinutou halucinogénnou látkou. Mala spôsobiť miernu dezorientáciu, horúčku a na záver krátkodobú stratu vedomia. Tak by sme ho dostali pod kontrolu.

Nanešťastie, objekt nezareagoval na medikáciu podľa našich predpokladov. Patril práve k tým trom percentám, ktorým sa natoľko popletie zmysel pre čas a lineárnosť udalostí, že nie sú schopní rozlíšiť, ktorá udalosť viedla ku ktorej, taktiež sa im môže stať, že sú pár hodín úplne mimo a nevedia si na nič spomenúť. Najhoršie však na tom celom je vysoká horúčka a tiež fakt, že oveľa pomalšie reagujú na protilátku.

Niektoré naše štúdie ukázali dobré výsledky, pokiaľ sa mozgová činnosť sústredila práve na jednu aktivitu. Snažili sme sa teda do Paulovho podvedomia prepracovať matematické problémy, ktoré by aspoň na minútku spôsobili intenzívne sústredenie, čoho následkom by bolo lepšie vstrebanie protilátky. Bolo však náročné objaviť tú správnu náročnosť úlohy. Vyskúšali sme ich pomerne veľa. Nakoniec sme zistili, že takýto typ funguje najlepšie.

**Príklad č. 2:** V nasledujúcom príklade je potrebné nahradiť rovnaké písmená rovnakými číslicami a rôzne písmená rôznymi číslicami tak, aby platilo:

$$OKLAMAL + VAPENIK = KOMINIKA$$

Naše nadšenie z úspechu však netrvalo dlho. Asi hodinu po tom, čo sme mu začali podávať protilátku, sa jeho stav začal zhoršovať ešte rýchlejšie. Jeho teplota prudko stúpala, pulz slabol a rytmus srdca bol nepravidelný. S takouto reakciou sme sa doteraz nikdy nestretli. Nemali sme už veľa času, to bolo jediné, čím sme si boli istí. Siahalo to nad rámec našich schopností a tak bolo potrebné čo najrýchlejšie sem dostať špecialistu. A kto by bol lepší ako muž, ktorý túto látku vyvinul?

Kým sme čakali, nezostávalo nič iné, než udržiavať Paula stabilizovaného. Paul nevedel, čo sa s ním deje. V každom momente sa nachádzal na iných miestach. V jednej sekunde bol uprostred lesa, v druhej zase na pláži, no neustále sa tam objavovali ľudia s matematickými úlohami. Všetci rozprávali scestne a predovšetkým vôbec nereagovali na Paulove otázky.

Doteraz sa nachádzal na ostrove, avšak teraz sa ocitol na púšti. Bolo mu príšerne teplo a zle sa mu dýchalo. Zrazu k nemu kráčal muž v stredných rokoch oblečený v smiešnom kostýme béžovej farby. Bol ako vystrihnutý z nejakého filmu o vykopávkach v Údolí kráľov. Začal na neho rozprávať, akoby sa poznali. Ťahal ho smerom k stanom. Ukázal Paulovi mapu. Vraj niečo vykopali, ale potrebujú jeho pomoc. Blíži sa veľká púštna búrka a musia si vyznačiť, kde budú kopať ďalej, inak stratia ďalšie tri dni práce. Dal mu takéto informácie.

**Príklad č. 3:** Na tomto mieste sa má nachádzať budova. Podľa zvitkov má jej pôdorys mať tvar rovnostranného trojuholníka, teda všetky steny má rovnako dlhé (všetky steny sú navlas rovnaké v každom ohľade). Presne v strede stavby by mal byť postavený stĺp. Na každej z troch stien boli postavené dve sochy, jedna Jupitera a jedna Artemis. Navyše boli postavené tak dômyselne, že všetky tri sochy Jupitera boli rovnako vzdialené od stĺpu v strede, a rovnako aj všetky tri sochy Artemis boli rovnako vzdialené od stredného stĺpu (ale vzdialenosti Jupiterov a soch Artemis mohli byť rôzne). Z celej stavby sa zachoval iba kus jednej steny s oboma sochami a stredný stĺp. Paul mal pomocou týchto informácií zistiť, ako vyzeral pôdorys budovy. Vedeli by ste to spraviť aj vy? Ak áno, ako by ste postupovali?

Bol natoľko zmätený, že skoro začal naozaj rysovať tento pôdorys. Už držal v ruke ceruzku, keď sa znova ocitol pri štíte. Dostal úlohu a nenapadlo mu nič lepšie, než ju vyriešiť.

**Príklad č. 5:** Zišli sa traja majstri logiky, aby si zmerali svoje sily. Veľmajster vzal 8 poštovných známok - 4 červené a 4 zelené. Potom zaviazal majstrom oči a prilepil každému z nich na čelo dve známky a dve schoval späť do vrečka. Rozviazal im oči a postupne sa ich pýtal, či vedia povedať, aké známky majú na čele:

A: Nevedel.

B: Nevedel.

C: Nevedel.

A: Nevedel.

B: Vedel.

Akej farby má teda B známky?

Opäť sa nikam nedostal. Znova videl bežiacieho strážnika, no nečakal na neho. Rozhodol sa, že musí nájsť Susan a všetko jej povie za každú cenu. Bežal na námestie najrýchlejšie, ako vedel. Nepomohlo to. Zostal zase na tom istom mieste. Nevládal, telo bolo príliš unavené, neposlúchalo ho. Lahlol si, už to vzdával. Netušil, čo sa deje, ale cítil, že už nič nebolo v jeho moci.

Medzitým niekde v Strednej Európe obdržal doktor Katanir naliehavý telefonát. Vraj potrebujú jeho pomoc niekde v Pacifiku. Bol rozospatý, avšak vážnosť situácie chápal. Keď pre neho príde helikoptéra v priebehu 10 minút, musí to byť naozaj prioritná záležitosť.

Urýchlene sa obliekol, vzal svoju tašku s vybavením a hard disk so všetkými informáciami o svojom výskume. Nechápal prečo, pokiaľ jeho znalosti siahali, pred pár rokmi bolo používanie látky LX-157 zakázané kvôli nespočetnému množstvu vedľajších účinkov, ktoré sa prejavovali až po pár rokoch. Samozrejme, tieto informácie boli prísne tajné. Ak by sa niečo takéto dostalo na verejnosť, spôsobilo by to všeobecné rozhorčenie a vážne následky pre zodpovedné osoby.

Paulov lekársky tím dostal potešujúce správy. Doktor je na ceste, pravdepodobne vie, čo treba robiť. Jedinou zlou správou bolo, že aj pri najlepšej snahe sa sem dostane najskôr o 6 hodín. Dúfali, že sa s ním spoja aspoň videokonferenciou, avšak ako na potvoru bola príšerná búrka niekde nad Čínou, čo dosť rušilo signál. Dostali od neho pokyn, aby pacient dostával väčšie množstvo tekutín a tiež aby mu nasadili širokospektrálne antibiotiká. Vysvetlil im totiž, že jedným z vedľajších účinkov sú silné infekcie začínajúce v dýchacích cestách a končiacie v mozgu.

Medzitým Susan, Simon a Jean pokračovali podľa očakávaní. Postupne sa aklimatizovali v prostredí Integrálov. Ich nadšenie pre logické úlohy stúpalo každou minútou a ich obavy, ako sa odtiaľto dostanú a čo sa deje s Paulom, boli pre nich stále menej a menej podstatné.

Vôbec ich nezarážal fakt, že Paula takmer celý deň nevideli. Miesto toho už každý riešil vlastné hlavolamy, hry a logické hádanky. Ako naozaj si každý mohol vybrať, čo len chcel. No prekvapivo ich záujem prerastal do miernej posadnutosti. Už im nevyhovovali všetky príklady. Predovšetkým kategoricky odmietali riešiť tie jednoduchšie. Ako napríklad tento.

**Príklad č. 1:** Dada rozdelila štvorec  $3 \times 3$  na 9 menších štvorcov. Potom každý zafarbila nejakou farbou tak, že v žiadnom riadku, stĺpci, a ani na uhlopriečkach neboli dva štvorčeky rovnakej farby. Koľko najmenej rôznych farieb musela na to použiť?

Toto správanie mierne zaskočilo lekársky tím, ktorý ich mal pod drobnohľadom. Obávali sa, do akého stavu ich doženie neustála prítomnosť vyžarujúceho zdroja. Predsa len boli jedni z prvých, ktorí vydržali tak dlho, a bola by naozaj veľká škoda ich stratiť tak, ako tých ostatných. Možno keby trochu zoslabili intenzitu, pomohlo by to. Boli si vedomí rizík, ktoré by takéto opatrenie prinieslo. Zdroj totiž produkoval veľmi špecifické elektromagnetické žiarenie, ktoré nielenže ovplyvňovalo ľudské správanie, ale taktiež fungovalo perfektne ako krycí štít. Žiaden radar nebol schopný zbadat' tento ostrov.

Napriek všetkým týmto faktorom predostreli svoj návrh majorovi. Ten mal pred sebou náročnú voľbu. Mal však ešte jednu informáciu, o ktorej nevedel nikto. Išlo o to, že toto bol ich posledný pokus - buď im to vyjde, alebo ich ministerstvo zavrie nadobro.

Z jeho pohľadu to teda tak náročné nebolo. Rozhodol sa pre zoslabenie intenzity, samozrejme len a len v záujme vedy.

Susan už bola úplne mimo reality. Práve začínal miniturnaj v šachu, a napriek tomu, že už skoro celý deň nejedla, necítila nič, len túžbu vyhrať a vyriešiť každú úlohu.

**Príklad č. 4:** Každý z piatich hráčov turnaja mohol získať za víťazstvo 1 bod, za remízu 0,5 bodu a za prehru 0 bodov. Po poslednom dueli a následnom vyhodnotení sa zistilo, že žiadni dvaja šachisti nezískali rovnaký počet bodov. Najzaujímavejšie však bolo, že každý hráč porazil hráča, ktorý sa v záverečnom poradí umiestnil tesne nad ním. Zistíte, koľko zápasov sa skončilo remízou.

Ešte stále zostávali 4 hodiny do príchodu doktora. Paulovi neustále regulovali tekutiny, teplotu a samozrejme podľa odporúčaného dávkovania pokračovali v liečbe. Taktiež mali príkaz nesnažiť sa nájsť ten správny typ úlohy pre sústredenie. Mali neustále hádzať nové a nové príklady, vraj päť sekúnd na jeden a ak prejaví záujem, postarať sa o to, nech vydrží čo najdlhšie.

Paul sa medzitým prechádzal po pláži. Už sa cítil príjemnejšie, no bolesti boli čoraz horšie. Zaplavovali ho hrejúce lúče slnka a nadobúdala pokoj a vyrovnanosť. Jediné, čo ho vyrušovalo, boli neustále návaly zvláštnych ľudí na ešte zvláštnejších miestach s množstvom rôznych príkladov. Paul už z toho začínal byť podráždený, ale neustále mal podvedomé nutkanie ich rýchlo všetky vyriešiť. Jednou z nich bola aj táto úloha.

**Príklad č. 6:** Máš šesťstennú kocku, na ktorej sú čísla od 1 po 6, na každej stene iné a práve jedno. Zaujímavé je, že nech kocku natočíš hociakým smerom, súčet čísel na hornej, pravej, dolnej a ľavej stene je vždy deliteľný tromi. Koľko rôznych kociek s danou vlastnosťou existuje? (Za rôzne sa považujú kocky, kde jedna nevie vzniknúť natočením druhej. Naopak, ak vieme jednu kocku dostať tak, že druhú kocku natočíme, hovoríme o nich, že sú rovnaké.)

Ani si poriadne neuvedomil zadanie a zrazu ho niečo vytiahlo. Akoby sa topil. Celé telo ho bolelo. Počul rozprávať ľudí. Zneli veľmi znepokojene. Pokúšal sa otvoriť oči, ale zatiaľ to nešlo. Myslel si, že sú to jeho priatelia. Chcel im nejako naznačiť, že už vníma. Podarilo sa mu však iba slabý pohyb prstom.

Doktor Katanir dobehol v poslednej minúte. Paul kolaboval už piatykrát a tentoraz nepomáhala ani resuscitácia. Našťastie Katanir pracoval už dlhé roky na vylepšenej protilátke. Bola oveľa koncentrovanejšia a silnejšia, ale mala fungovať až v priebehu hodiny. Medzi tým udržiavali Paula pri živote iba prístroje a adrenalín, ktorý mu pichli ešte na začiatku.

Katanir zvolal celý tím a vysvetlil im, aké vážne to je s Paulom. Rovnako chcel všetky informácie o tom, ako bol doteraz liečený a akú dávku LX-157 dostal. S odpoveďami nebol spokojný, vyzeralo to tak, že jednou z hlavných príčin zlej reakcie na protilátku bola dávka. Dostával jej príliš málo v pomere na svoju váhu a zase naopak s LX-157, ktorou ho predávkovali.

Paul po veľkej takmer trojhodinovej námahe otvoril oči. Nikde nevidel svojich priateľov, len bielu miestnosť s množstvom plášťov (mohla toto byť tá miestnosť, ktorú videl v starostovom dome?). Príliš namáhavé myšlienky. V hlave mu dunelo a keď otvoril oči, všetko sa točilo a padalo. Znova ho to vtiahlo naspäť do jeho halucinácie. Znova úloha, tentoraz sa nachádzal v jaskyni, niekde pri mori, podľa zvukov. Na stene jaskyne bol napísaný starodávny text.

**Príklad č. 9:** Kozzy mal doma kružnicu s polomerom 5, do jej stredu si odložil bod  $S$ . Minule mu na ňu spadol bod  $X$ . Bod  $A$  ležal na  $SX$  tak, že  $|SA| = 4$ ,  $B$  ležalo na priesečníku kružnice a kolmice na  $SX$  prechádzajúcej  $A$ . Podobne  $C$  ležal na  $SB$  tak, že  $|SC| = 4$  a  $D$  je priesečník kružnice a kolmice na  $SB$  prechádzajúcej  $C$ . Zistite obsah obdĺžnika  $SEDF$ , ak  $E$  je päta kolmice z  $SX$  na prechádzajúcej  $D$ .

V priebehu pár sekúnd bol späť v bielej miestnosti. Nebol si tak celkom istý, či aj toto nie je len ďalšia bláznivosť, ktorú vidí. Nik tu však na neho neskákal, ani sa nikde naokolo nezjavovali zadania úloh. Upokojilo ho to, no nie nadtľho. K jeho posteli pristúpil starší muž a začal na neho rozprávať. Najprv ho vôbec nepočul a potom, keď sa mu vyjasnil sluch, sa mu vôbec nepáčilo, čo počúva. Vraj ak sa chce zachrániť, musí vyliezť pavúčou sieťou. Paul nechápal. Nuž mu to starší muž začal vysvetľovať.

**Príklad č. 7:** Pavúk si uplietol obrovskú pavučinu (vyzerá ako štvorčeková sieť). Jednotlivé štvorčeky majú rozmer  $1 \times 1$  cm. Pavúk má však jednu zásadu. Vždy sa pohybuje iba o dĺžku 5 cm (po priamke). Chcel by vedieť či sa dokáže dostať do každého miesta na jeho pavučine. Nesmieme však zabudnúť, že stáť môže iba vo vrcholoch štvorčekov, inak by spadol. Viete mu pomôcť?

Paul nechápavo krútil hlavou, ale muž ďalej pokračoval o svojom. Vraj je to jasné ako facka. Jednoducho musí vyliezť pavučinou, ale môže sa pohybovať len tým spôsobom ako pavúk, inak...

Doktor Katanir skutočne rozprával na Paula. Ale rozhodne nie o pavúkoch. Pýtal sa ho, ako sa cíti, či ho niečo bolí a tak. Ale po tom, čo zbadal, akým zastretým pohľadom sa na neho pozerá, a že si hundre hlúposti len tak pre seba, pochopil, že je v šoku, a telo nemá energiu teraz pracovať. Dal Paulovi utišujúce prášky Paul konečne zaspal. Doktor bol presvedčený, že jeho kúra funguje.

Medzitým sa situácia v Baale vyhaňovala. Napriek oslabeniu intenzity veľkého zdroja neboli Simon ani Susan schopní ovládať sa. Lekársky tím ich sledoval veľmi pozorne. Neboli príliš optimistickí, a tak mali pripravenú zásahovú jednotku. To len pre naozaj kritický prípad. A ani nebolo potrebné čakať príliš dlho. Väčšina obyvateľstva z Baalu už dávno spala. Bolo skoro ráno, ale Simon a Susan rákali a nemohli prestať. Samozrejme, pri toľkej snahe udržať všetko v poriadku, zabudli všetci na ďalšie príklady.

Nastal ten okamih, ktorého sa obávali. Ich ožiarenie dosiahlo taký level, že boli ochotní bojovať na život a na smrť, len kvôli jedinej úlohe, pretože bola posledná.

**Príklad č. 8:** Súčinná pyramída, je taká číselná pyramída, v ktorej každé číslo (okrem čísel v prvom riadku) je rovné súčtinu dvoch čísel pod ním. Teda ak sú prvé tri čísla v prvom riadku 2,3 a 4, tak druhý riadok začína číslami  $2 \cdot 3$  a  $3 \cdot 4$ . Aké rôzne čísla možno doplniť v takejto štvorposchodovej súčinnovej pyramíde do políčka vľavo v spodnom riadku, ak v najvyššom políčku je číslo 375000? (každé číslo môže byť použité v pyramíde len raz)

Muselo byť rozhodnuté. Buď ich odstránia teraz, alebo sa môžu pokúsiť o detoxikáciu. Major mal v tejto otázke jasno. Detoxikovať, príliš cenný na likvidáciu. Príkaz bol urobiť všetko pre záchranu. Dvaja sniperi mali za úlohu uspať a priniesť Susan a Simona do laboratórií. To splnili úspešne. Avšak vyskytol sa ďalší problém. V tom zmlätku sa niekde stratil Jean. Ani na jednej z kamier ho nebolo vidieť. Major zúril.

Jean bol zvyknutý starať sa o Simona už od jeho útleho detstva. Mal iba 25 rokov, keď ho najali k 10 ročnému Simonovi, aby sa stal jeho tútorom, no predovšetkým verným ochrancom, a mladý Jean bol veľmi potešený touto úlohou. Už od začiatku mu bolo jasné, že Simon je nesmierne inteligentný, a preto si dal za cieľ rozvinúť jeho prirodzený talent ako najlepšie bude vedieť.

Dá sa povedať, že sa mu darilo. Prekvapivo aj vo veku, keď väčšina mladých ľudí stvára bláznovstvá, Simon sa vždy správal nadmieru zodpovedne. Miloval históriu, ale jeho zápal pre ostatné vedy nebol o nič menší.

Zlom nastal práve, keď mal urobiť jedno z najdôležitejších rozhodnutí v živote. Rozhodoval sa medzi množstvom prestížnych univerzít, všade ho prijali, už si len vybrať. No momente, keď zomreli jeho rodičia, všetko vyzeralo nepodstatne.

Aby necítil bolesť zo straty a z toho, že zostal takmer celkom sám, stal sa z neho vymetač večierkov. Kdekoľvek prišiel, spôsoboval rozruch. Bez rozmyslu míňal peniaze, čo zdedil po rodičoch. Nestaral sa absolútne o nič. Bol tak ľahkovážny, že ho skoro prešlo auto. Bol naozaj ťažko zranený. Pár dní o sebe ani nevedel.

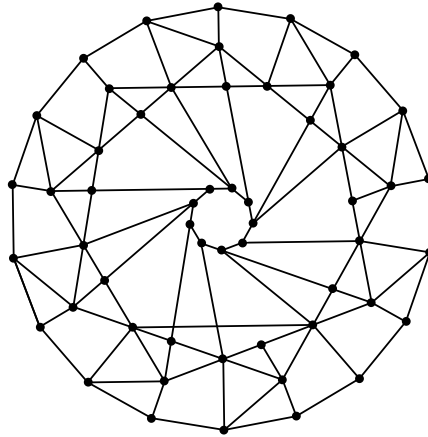
Keď sa zobudil v nemocnici, prekvapivo uvidel Jeana. V tej chvíli mu prišlo ľúto, ako zle s ním zaobchádzal, keď ho asi pred pol rokom, tesne po pohrebe rodičov, vyhodil v zúrivosti. Jean ho totiž upozornil, že sa vyberá zlou cestou.

Trvalo dlho, kým sa Simon spamätal z tohto úrazu. No od tej doby už nedopustil na Jeana. V kľude doštudoval, no už nikdy sa u neho neprejavil taký zápal pre vedomosti. Jeho hlavným cieľom sa stalo rozumne sa postarať o majetok svojich zosnulých rodičov.

Čo obnášalo riadenie širokého portfólia? Od nehnuteľností, cez malé stánky s občerstvením po špecializované služby. Ako napríklad tvorba elektronických pomôcok pre rôzne matematické výpočty, výroba prezentácie, k čomu v neposlednom rade patrila aj tvorba grafov.

Práve tvorba grafov mala v Simonovej rodine dlhodobú tradíciu. Ešte Simonov praprarodič sa im venoval. Dokonca sa po ňom zachovala aj jedna z jeho pôvodných prác. Teda, nie tak celkom celá. Na pomerne zažltnutom papieri bolo napísané len toto.

**Prémia:** Zafarbite čo najviac vrcholov grafu (bodiek na obrázku 1) tak, aby žiadne dva zafarbené vrcholy neboli spojené úsečkou.



Obr. 1: Vrcholy grafu

Práve Jean bol ten, kto vnukol Simonovi nápad priviesť ju späť k životu.

Aj toto boli spomienky, ktoré prebiehali Jeanovou myslou, keď blúdil po lese. Už ani nevedel, ako sa tu ocitol a začal si uvedomovať isté zvláštnosti predošlých dní. Ako napríklad, kde bol Paul celý deň? Prečo všetci fanaticky počítajú príklady? Prečo nik nerieši, ako sa odtiaľto dostanú? Usúdil len toľko, že tu niečo nesedí. Nemýlil sa, ale ešte ani netušil na koľko bude šokovaný keď sa dozvie...